

文章编号 : 0258-0926(2014)S2-0087-04; doi: 10.13832/j.jnpe.2014.S2.0087

基于子群共振自屏方法的特征值隐式敏感性分析

刘 勇, 曹良志, 吴宏春, 祖铁军

西安交通大学核科学与技术系, 西安, 710049

摘要: 采用经典微扰理论, 高效地得到问题相关的多群截面的扰动对特征值的直接影响, 即显式敏感性。应用广义微扰理论, 推导了在子群共振自屏方法中, 多群共振自屏截面对非共振核素截面的灵敏度系数的计算方法。结合前两项内容, 得到非共振核素通过共振自屏过程对特征值的间接影响, 即隐式敏感性。根据与显式灵敏度系数的比较, 分析了隐式敏感性相对于显式敏感性的重要性。

关键词: 子群共振自屏方法; 显式敏感性; 隐式敏感性; 广义微扰理论
中图分类号: TL32 **文献标志码**: A

Analysis of Eigenvalue Implicit Sensitivity Based on Subgroup Resonance Self-Shielding Technique

Liu Yong, Cao Liangzhi, Wu Hongchun, Zu tiejun

School of Nuclear Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049, China

Abstract: The direct effect of the problem-specific multigroup cross sections on the eigenvalue, namely the explicit sensitivity, is obtained efficiently based on the classical perturbation. The expression of resonance self-shielding multigroup cross section sensitivity coefficients with respect to non-resonance nuclide cross sections are deduced based on the generalized perturbation theory for the subgroup resonance self-shielding technique. The indirect effect of non-resonance nuclide on the eigenvalue through resonance self-shielding procedure, namely the implicit sensitivity, can be calculated based on the foresaid two results. The relative importance of the implicit sensitivity is discussed in comparison with the explicit sensitivity.

Key words: Subgroup resonance self-shielding technique, Explicit sensitivity, Implicit sensitivity, Generalized perturbation theory

0 引 言

在基于微扰理论的敏感性和不确定性分析中, 灵敏度系数计算是将核数据不确定度与计算结果不确定度联系起来的重要环节。灵敏度系数可被分为显式灵敏度系数和隐式灵敏度系数两部分。前者是核数据通过中子输运方程对计算结果的一种直接影响; 后者是核数据通过在共振计算中对共振截面的影响, 再体现到对中子输运方程计算结果的一种间接影响。在大多敏感性和不确定性分析程序中, 作为间接影响的隐式敏感性往往被忽略, 而只考虑了作为直接影响的显式敏感性。

本文基于微扰理论, 研究基于子群共振自屏方法的隐式敏感性计算方法, 并比较其相对于显式敏感性的重要性。

1 理论模型

1.1 灵敏度系数

设中子输运方程为:

$$(L - \lambda F)\Phi = 0 \quad (1)$$

式中, $\Phi = \Phi(\mathbf{r}, \Omega, E)$ 为中子角通量密度; \mathbf{r} 为空间坐标变量; Ω 为方向变量; E 为能量变量; λ 为方程的特征值 ($\lambda = 1/k_{\text{eff}}$); F 为裂变源项算子; L

收稿日期: 2014-10-16; 修回日期: 2014-12-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(91226106); “863”计划资助项目(2013AA051402); 上海核工程研究设计院资助

作者简介: 刘 勇(1988—), 男, 在读博士研究生, 现主要从事反应堆物理方面的研究工作

为输运算子中除裂变源项算子以外的其他算子。

在反应堆物理栅元计算中，典型过程包括共振计算和输运计算。如果只考虑参数 α 扰动在输运方程中的作用，这种直接影响称为显式敏感性；如果考虑参数 α 在共振计算过程中对共振截面的作用，继而间接影响到输运方程的求解，这种间接影响称为隐式敏感性。总的灵敏度系数可以写成显式灵敏度系数和隐式灵敏度系数之和^[1]：

$$S_{k_{eff},\alpha}^{tot} = \frac{\alpha}{k_{eff}} \frac{dk_{eff}}{d\alpha} = S_{k_{eff},\alpha}^{exp} + S_{k_{eff},\alpha}^{imp}$$

$$\approx \frac{\alpha}{k_{eff}} \frac{\partial k_{eff}}{\partial \alpha} + \frac{\alpha}{k_{eff}} \sum_{j,x,g} \frac{\partial k_{eff}}{\partial \sigma_{x,g}^{(j)}} \frac{\partial \sigma_{x,g}^{(j)}}{\partial \alpha} \quad (2)$$

式中， $S_{k_{eff},\alpha}^{tot}$ 为总灵敏度系数； $S_{k_{eff},\alpha}^{exp}$ 为显式灵敏度系数； $S_{k_{eff},\alpha}^{imp}$ 为隐式灵敏度系数； $\sigma_{x,g}^{(j)}$ 为核素 j 的第 g 群的 x 反应共振截面； α 为某个扰动参数； k_{eff} 为有效增殖系数。

1.2 显式敏感性

一般采取一阶经典微扰理论计算显式灵敏度系数，其计算式为^[2]：

$$S_{k_{eff},\alpha}^{exp} = \frac{\alpha}{k_{eff}} \frac{\partial k_{eff}}{\partial \alpha} = -\frac{\alpha}{k_{eff}} \frac{\left\langle \Phi^*, \left(\frac{\partial L}{\partial \alpha} - \frac{1}{k_{eff}} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right) \Phi \right\rangle}{\left\langle \Phi^*, \frac{1}{k_{eff}^2} F \Phi \right\rangle} \quad (3)$$

式中， \langle, \rangle 表示在空间、能量和角度上积分； Φ^* 为中子输运方程的共轭方程的共轭角通量密度解。

1.3 隐式敏感性

隐式灵敏度系数表达式为^[1]：

$$S_{k_{eff},\alpha}^{imp} = \sum_{j,x,g} S_{k_{eff},\sigma_{x,g}^{(j)}} S_{\sigma_{x,g}^{(j)},\alpha} \quad (4)$$

式中， $S_{k_{eff},\sigma_{x,g}^{(j)}}$ 为共振截面的灵敏度系数； $S_{\sigma_{x,g}^{(j)},\alpha}$ 为共振截面对非共振截面的灵敏度系数。

1.4 基于子群共振自屏方法的隐式灵敏度系数在子群共振计算方法中，共振截面为：

$$\sigma_{x,g}^{(j)} = \frac{\int_{\Delta E_g} \sigma_x^{(j)}(E) \Phi(E) dE}{\int_{\Delta E_g} \Phi(E) dE} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{x,g,i}^{(j)} \Phi_{g,i}}{\sum_{i=1}^N \Phi_{g,i}} \quad (5)$$

式中， N 表示子群数。

为简化表达，省略 $\sigma_{x,g}^{(j)}$ 的核素标志 j ， α 表示某非共振核素某反应的某群截面。采用广义微扰理论，共振截面对非共振截面的灵敏度系数为：

$$S_{\sigma_{x,g},\alpha} = \alpha \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{x,g,i} \frac{\partial \Phi_{g,i}}{\partial \alpha}}{\sum_{i=1}^N \sigma_{x,g,i} \Phi_{g,i}} + \alpha \sum_{i=1}^N \int_V \int_{\Omega} \Gamma_{x,g,i}^* \left(\frac{\partial Q_{g,i}}{\partial \alpha} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} \Phi_{g,i} \right) d\Omega dV \quad (6)$$

式中， $\Gamma_{x,g}^*$ 为相应的子群广义共轭方程的解； V 为体积。

子群广义共轭方程为：

$$L^* \Gamma_{x,g}^* = \frac{\sigma_{x,g,i}}{\sum_{i=1}^N \int_V \int_{\Omega} \sigma_{x,g,i} \Phi_{g,i} d\Omega dV} - \frac{1}{\sum_{i=1}^N \int_V \int_{\Omega} \Phi_{g,i} d\Omega dV} \quad (7)$$

当计算出共振截面灵敏度系数，就能结合式(4)得到非共振核素的隐式灵敏度系数。

由于子群方法的特殊性，本文假设：忽略快群截面扰动的影 响；忽略子群求解过程迭代造成的间接影响；相似的网格区域具有相同的共振截面灵敏度系数。

基于以上分析和推导，本文采用子群共振计算程序 SUGAR^[3]和二维特征线方法程序 AutoMOC^[4]进行敏感性分析，其求解流程见图 1。

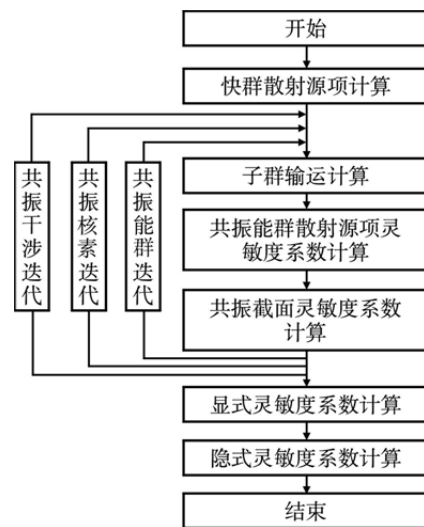


图 1 灵敏度系数计算流程图

Fig. 1 Calculation Flow Chart of Sensitivity Coefficient Calculation

2 计算结果及分析

本文同时采用微扰理论和直接扰动方法计算 k_{eff} 的灵敏度系数。直接扰动方法结果作为本文的参考解。该方法可用式 (8) 描述：

$$S_{k_{\text{eff}}, \alpha} = \frac{\alpha}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{d\alpha} = \frac{\alpha_0}{k_{\text{eff}}^0} \frac{k_{\text{eff}}^+ - k_{\text{eff}}^-}{\alpha^+ - \alpha^-} \quad (8)$$

式中, $\alpha_0, \alpha^+, \alpha^-$ 分别为未扰动、正向和负向扰动的截面; $k_{\text{eff}}^0, k_{\text{eff}}^+, k_{\text{eff}}^-$ 为相应的有效增殖因子。

本文对核工程计算物理实验室 (NECP) 共振基准题 RB3.1^[5]进行了计算分析。该基准题是一个单栅元问题, 以 UO_2 为燃料, 天然锆 (Zr-nat) 为包壳, H_2O 为慢化剂, 燃料中 ^{235}U 富集度为 5%。作为算例, 本文对非共振核素的微观总截面进行了特征值的敏感性分析。

表 1 给出了 2 种方法对 ^1H 、 ^{16}O 和 Zr-nat 的各共振能群总截面扰动的隐式和显式积分灵敏度系数 (即在能群和网格上求和), 可以发现, 2 种方法的计算结果符合得较好。直接扰动可方便计算快群隐式灵敏度系数, 限于篇幅, 这里不给出其具体数值结果, 结果显示其数值远小于相应的显示灵敏度系数, 说明忽略这种影响是合理的; 直接扰动考虑了共振计算迭代影响, 2 种方法结果符合较好, 说明忽略迭代造成的间接影响也是合理的。

为分析核素隐式灵敏度系数相对于显式灵敏度系数的重要性, 图 2 给出了本例中核素在共振能群的显式和隐式灵敏度系数的比较。可以发现对于 ^1H 来说, 隐式灵敏度系数所占比例较小, 数据显示大多在 10% 左右, 而 ^{16}O 的隐式灵敏度系数要重要得多, 不少能群隐式灵敏度系数与显式

灵敏度系数相比有数量级的差别, Zr-nat 的隐式灵敏度系数相对其显式来说, 同样重要。

可以发现, 总截面的隐式灵敏度系数一般为负值, 这主要是因为背景截面的增大, 在低富集度问题中主要使得 ^{238}U 的俘获截面增大, 造成 k_{eff} 减小; 同时会使得 ^{235}U 的俘获和裂变截面增大, 这 2 种截面的增大对 k_{eff} 有相互抵消的影响, 所以整体上会造成 k_{eff} 减小, 隐式灵敏度系数为负。就绝对值而言, 在显式灵敏度系数大于隐式灵敏度系数的情况下 (例如本例的 ^1H), 忽略隐式灵敏度的计算会高估实际的灵敏度系数; 在隐式灵敏度系数绝对值明显大于显式灵敏度系数的情况下 (例如本例燃料中的 ^{16}O 、Zr-nat), 忽略隐式灵敏度系数的计算可能造成与实际灵敏度系数相反的判断。由于在不确定度计算的“Sandwich Rule”^[6]中含有灵敏度系数的相乘项, 这些情况都会影响不确定度的计算。

3 结 论

本文基于子群共振自屏计算方法, 采用广义微扰理论和直接扰动方法, 考查了非共振核素隐式敏感性相对于其显式敏感性的重要性。本文推导的基于微扰理论的计算结果与直接扰动结果符合良好。低富集度典型栅元数值结果显示：

- (1) 在子群共振计算方法中, 快群截面的隐式敏感性较小, 在实际计算中可以忽略。
- (2) 忽略某些核素的隐式敏感性, 可能会高估灵敏度系数。
- (3) 某些核素总截面在某些能群的隐式灵敏度系数相对于其显式灵敏度系数特别大, 在敏感性的分析中如果不考虑隐式敏感性可能造成敏感

表 1 RB3.1 k_{eff} 对非共振核素微观总截面的积分灵敏度系数
Table 1 Integral Sensitivity Coefficients of k_{eff} with Respect to Total Micro Cross Sections of Non-Resonance Nuclides for Case RB3.1

| 核素 | 计算方法 | 显式灵敏度系数 | 隐式灵敏度系数 | 总灵敏度系数 | 显式+隐式灵敏度系数 |
|----------------------|------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ^1H | DP | 1.1115×10^{-1} | -1.7378×10^{-2} | 9.4356×10^{-2} | 9.3767×10^{-2} |
| | PT | 1.1088×10^{-1} | -1.7078×10^{-2} | — | 9.3805×10^{-2} |
| 燃料中 ^{16}O | DP | -1.0084×10^{-3} | -8.3058×10^{-3} | -9.3235×10^{-3} | -9.3142×10^{-3} |
| | PT | -1.0084×10^{-3} | -8.2130×10^{-3} | — | -9.2213×10^{-3} |
| 慢化剂中 ^{16}O | DP | -6.1668×10^{-4} | -1.6376×10^{-3} | -2.1418×10^{-3} | -2.2542×10^{-3} |
| | PT | -6.5871×10^{-4} | -1.6094×10^{-3} | — | -2.2681×10^{-3} |
| Zr-nat | DP | -8.3021×10^{-3} | -1.1121×10^{-3} | -9.5452×10^{-3} | -9.4142×10^{-3} |
| | PT | -8.3676×10^{-3} | -1.1182×10^{-3} | — | -9.4858×10^{-3} |

注：“PT”和“DP”分别表示采用微扰理论和直接扰动方法的计算结果

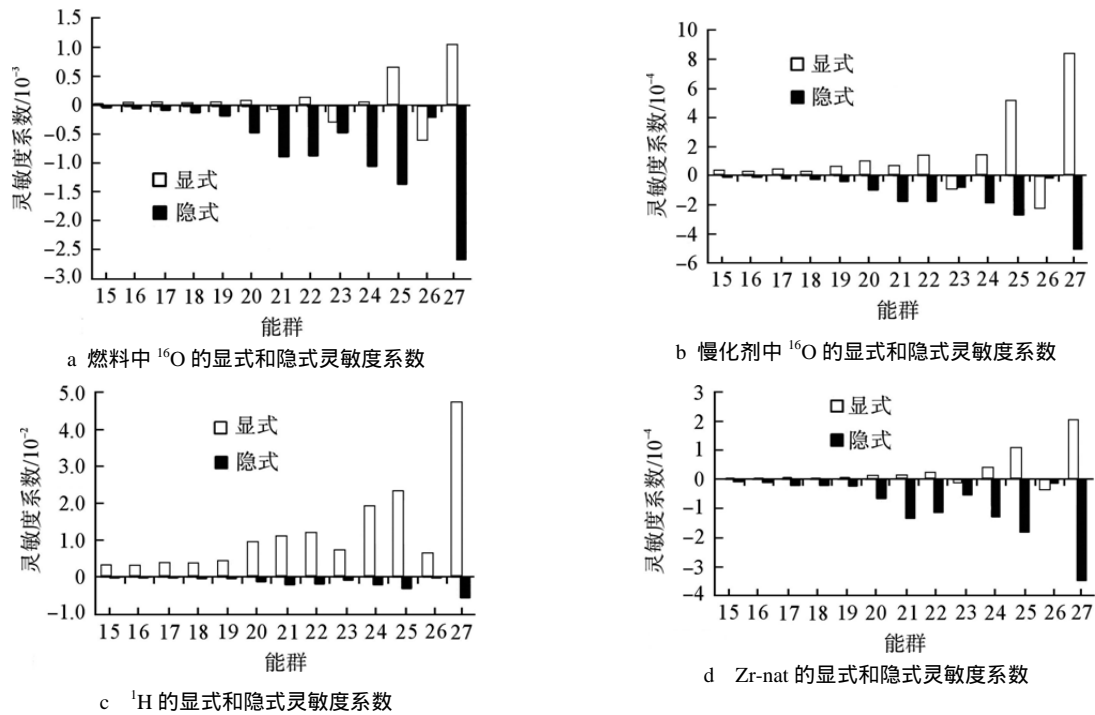


图 2 RB3.1 非共振核素显式和隐式灵敏度系数比较

Fig. 2 Comparison between Explicit Sensitivity Coefficients and Implicit Sensitivity Coefficients of non-Resonance Nuclides Total Micro Cross Sections for Case RB3.1

性的误判。

参考文献：

[1] Dion M, Marleau G. Resonance self-shielding effects on eigenvalue sensitivity[C]. M&C 2013, Sun Valley, Idaho, May 5-9, 2013

[2] Weisbin C R ,Marable J H ,Lucius J L ,et al .Application of FORSS Sensitivity and Uncertainty Methodology to Fast Reactor Benchmark Analysis[R]. ORNL/TM-5563, Oak Ridge, ORNL, 1976 .

[3] 刘庆杰 . 二维任意几何子群共振计算方法研究及其应

用分析[D]. 西安：西安交通大学学位论文，2010 .

[4] 陈其昌 . 任意几何特征线方法及其在直接循环堆组件计算中的应用研究[D]. 西安：西安交通大学，2010 .

[5] Hongchun Wu, Weiyan Yang, Yulong Qin, et al. Benchmark problems and results for verifying resonance calculation methodologies[C]. PHYSOR 2012, Knoxville, Tennessee, USA, April 15-20, 2012 .

[6] Ball M R. Uncertainty analysis in lattice reactor physics calculations[D]. McMaster :McMaster University ,2012 .

(责任编辑：刘 君)