

文章编号: 0258-0926(2014)02-0091-03; doi: 10.13832/j.jnpe.2014.S2.0091

基于一阶广义微扰理论的燃耗灵敏度系数计算

杨超, 曹良志, 吴宏春, 祖铁军

西安交通大学核科学与技术学院, 西安, 710049

摘要: 采用一阶广义微扰理论, 开发燃耗计算中核素的核子密度对反应截面的灵敏度分析程序。分析各核素的反应截面对 ^{244}Cm 在 50 GW·d/t 时核子密度的灵敏度系数, ^{235}U 和 ^{239}Pu 的裂变截面和 ^{238}U 、 ^{240}Pu 、 ^{241}Pu 、 ^{242}Pu 以及 ^{243}Am 的俘获截面具有较大的灵敏度系数; ^{243}Am 俘获截面的灵敏度系数在热中子区和共振区明显大于快中子区, 因此 ^{243}Am 俘获截面精度的改善应该优先考虑热中子区和共振区。

关键词: 灵敏度系数; 广义微扰理论; 燃耗

中图分类号: TL329 文献标志码: A

Calculation of Depletion Sensitivity Coefficient Based on First-Order Generalized Perturbation Theory

Yang Chao, Cao Liangzhi, Wu Hongchun, Zu Tiejun

School of Nuclear Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049, China

Abstract: A code for calculating the depletion sensitivity coefficient of atomic densities is developed on the basis of a first-order generalized perturbation theory. The sensitivity coefficient of atomic density of ^{244}Cm at 50GWd/T due to the change of cross section is analyzed, and the results show that the sensitivities to the fission cross section of ^{235}U and ^{239}Pu and the capture cross section of ^{238}U , ^{240}Pu , ^{241}Pu , ^{242}Pu and ^{243}Am are large; the energy dependent sensitivity of ^{244}Cm to the capture of ^{243}Am in thermal and resonance regions is much larger than that in the fast region, therefore, the accuracy improvement in the thermal and resonance regions should take a higher-priority than that in the fast region.

Key words: Sensitivity coefficient, Generalized perturbation theory, Depletion

0 前言

影响核反应堆燃耗计算精度主要有 2 个原因: 计算软件; 所使用的核数据库本身的误差。

近年来随着计算机技术和计算方法的不断发展, 计算方法使燃耗计算的误差越来越小, 而由于核数据库本身的误差导致燃耗计算出现的误差显得越来越不可忽视^[1]。为了评估由于核素截面的不确定性导致燃耗计算的相关参数的不确定度, 首先必须求得各核素的各截面对燃耗计算的灵敏度系数, 同时通过对截面燃耗灵敏度系数分析, 可以获知对目标参数最具影响的参量(如核素、反应道、能群), 这可以对反应堆优化设计和截面的精度改善提供指导^[2]。本文基于组件程序 CACTI^[3]开发各核素的反应截面对燃耗计算过程中各核素核子密度的灵敏度系数分析程序, 以分

析各核素的反应截面对 ^{244}Cm 在 50 GW·d/t 时的核子密度灵敏度系数以及与 ^{243}Am 俘获截面的能量相关的灵敏度系数。

1 燃耗灵敏度计算原理

1.1 燃耗灵敏度 S 的定义

核素截面 (σ) 变化导致响应函数 (R) 变化的定义为^[4-5]:

$$S = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{dR}{R} / \frac{d\sigma}{\sigma} \right) dt \quad (1)$$

燃耗计算过程中, 对于任何一个 R , 它一般是一个关于时间 (t)、 σ 、核子密度 (N)、中子通量密度 (ϕ)、共轭中子通量密度 (ϕ^*) 的函数。通过一阶近似, 式 (1) 可以改写为:

$$S = \int_{t_0}^{t_f} \sigma \left(\frac{\partial R}{\partial \sigma} + \frac{\partial R}{\partial N} \frac{dN}{d\sigma} + \frac{\partial R}{\partial \phi} \frac{d\phi}{d\sigma} + \frac{\partial R}{\partial \phi^*} \frac{d\phi^*}{d\sigma} \right) dt \quad (2)$$

假设整个燃耗寿期为 I 个燃耗步，且在每一小燃耗步内， ϕ 和 ϕ^* 随时间是不变的，则：

$$S = \frac{\sigma}{R} \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{\partial R}{\partial \sigma} + \frac{\partial R}{\partial N} \frac{dN}{d\sigma} \right) dt + \sum_{i=0}^{I-1} \frac{d\phi_i}{d\sigma} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{\partial R}{\partial \phi_i} dt + \sum_{i=0}^{I-1} \frac{d\phi_i^*}{d\sigma} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{\partial R}{\partial \phi_i^*} dt + \frac{\partial R}{\partial N_I} \frac{dN_I}{d\sigma} + \frac{\partial R}{\partial \phi_I} \frac{d\phi_I}{d\sigma} + \frac{\partial R}{\partial \phi_I^*} \frac{d\phi_I^*}{d\sigma} \right\} \quad (3)$$

为了求解 S 根据核反应燃耗计算的基本方程：

$$\begin{cases} \frac{\partial N_i(r,t)}{\partial t} = \mathbf{M}(\sigma_i \phi_i) N_i(r,t) + \mathbf{D}_i(\lambda) N_i(r,t) \\ (A_i - \lambda F_i) \phi_i = 0 \\ (A_i^* - \lambda F_i^*) \phi_i^* = 0 \\ P_i = \langle \kappa \sigma_{i,f} N_i \phi_i \rangle_V \end{cases} \quad (4)$$

式中， \mathbf{M} 为核素的等效转换截面矩阵； \mathbf{D} 为核素的衰变常数矩阵； A 为除去裂变产生项的输运算子； F 为中子裂变产生算子； A^* 、 F^* 分别为 A 、 F 的共轭算子。

对方程组 (4) 中的每一个方程关于 σ 求偏导，然后对每一个偏导方程分别乘以共轭核子密度 (N^*)、广义中子通量密度 (Γ)、广义中子共轭通量密度 (Γ^*) 以及共轭功率 (P^*) 进行积分，经过化简可得：

$$S = \frac{\sigma}{R} \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial R}{\partial \sigma} \right\rangle_V dt + \sum_{i=0}^{I-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left\langle N^*(r,t) \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \sigma} N(r,t) \right\rangle_V dt + \sum_{i=0}^{I-1} \left\langle \Gamma_i^* \frac{\partial B_i}{\partial \sigma} \phi_i \right\rangle_V + \sum_{i=0}^{I-1} \left\langle \Gamma_i \frac{\partial B_i^*}{\partial \sigma} \phi_i^* \right\rangle_V - \sum_{i=0}^{I-1} \left\langle P_i^* \frac{\partial P_i}{\partial \sigma} \right\rangle_V \quad (5)$$

其中， N^* 、 Γ 、 Γ^* 、 P^* 满足以下方程：

$$-\frac{\partial N^*(r,t)}{\partial t} = \mathbf{M}^T N^*(r,t) + \frac{\partial R}{\partial N(r,t)} \quad (6)$$

$$P_i^* = \frac{\int_{t_i}^{t_{i+1}} \left[N^*(r,t) \mathbf{M}(\sigma_i \phi_i) N(r,t) + \phi_i \frac{\partial R}{\partial \phi_i} \right] dt}{\sum_j \kappa^j \sigma_{i,f}^j N_i^j \phi_i} \quad (7)$$

$$B_i^* \Gamma_i^* = - \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left[N^*(r,t) \frac{\partial \mathbf{M}(\sigma_i \phi_i)}{\partial \phi_i} N(r,t) + \frac{\partial R}{\partial \phi_i} \right] dt + P_i^* \kappa \sigma_{i,f} N_i(r,t) \quad (8)$$

$$B_i \Gamma_i = - \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{\partial R}{\partial \phi_i^*} dt \quad (9)$$

$$N_{i^-}^* = N_{i^+}^* + \left\langle \Gamma_i^* \frac{\partial B_i}{\partial N} \phi_i \right\rangle_E + \left\langle \Gamma_i \frac{\partial B_i^*}{\partial N} \phi_i^* \right\rangle_E - P_i^* \kappa \sigma_{i,f} \phi_i \quad (10)$$

式中， \mathbf{M}^T 表示 \mathbf{M} 的转置矩阵； $N_{i^-}^*$ 和 $N_{i^+}^*$ 分别表示 t_i^- 和 t_i^+ 时刻的共轭核子密度。

1.2 燃耗灵敏度系数计算流程

通过上述的推导， S 的求解转化为求解 N^* 、 Γ 、 Γ^* 、 P^* ，且发现计算 S 时，在时间上而言，是从寿期末计算到寿期初，这过程称为共轭燃耗计算。

图 1 给出了计算 S 的流程，首先通过组件程序 CACTI 计算得到各燃耗步下的 N 、 ϕ 、 ϕ^* 以及各核素的单群截面，然后通过解方程 (6) 得到 N^* ，解方程 (7) 得到 P^* ，分别解方程 (8) 和方程 (9) 得到 Γ 、 Γ^* ；完成上述计算后进行下一步共轭燃耗计算，直到燃耗寿期初。

2 计算分析

2.1 问题描述

表 1 给出了计算问题的材料信息，图 2 给出

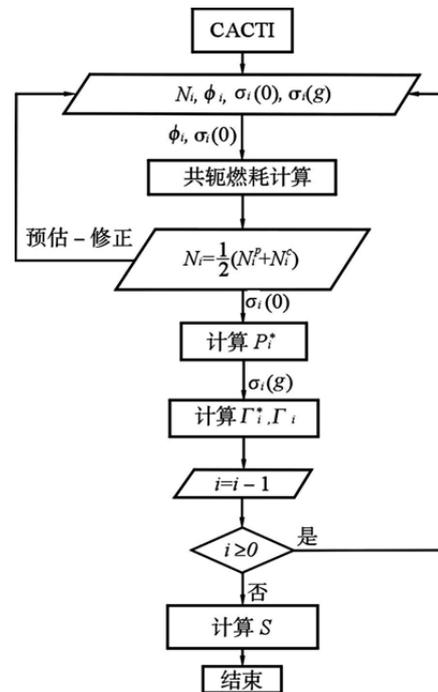


图 1 燃耗灵敏度系数计算的流程

Fig. 1 Calculation Flow of Depletion Sensitivity Coefficient

表 1 材料组分
Table 1 Composition of Materials

区域	核素	原子密度/cm ⁻³
燃料区	²³⁴ U	8.1095 × 10 ⁻⁶
	²³⁵ U	8.8436 × 10 ⁻⁶
	²³⁶ U	5.4914 × 10 ⁻⁶
	²³⁸ U	2.1503 × 10 ⁻²
	¹⁶ O	4.4802 × 10 ⁻²
包壳	Zr-nat	3.7860 × 10 ⁻²
慢化剂	¹⁶ O	2.8296 × 10 ⁻²
	¹ H	5.6593 × 10 ⁻²

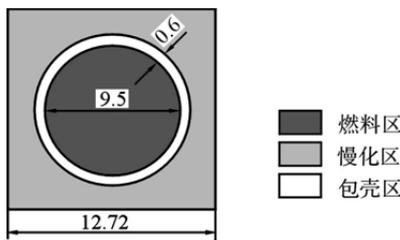


图 2 栅元几何
Fig. 2 Cell Geometry

了几何尺寸。燃耗计算时,功率为 36.0 W/g(HM)。

2.2 燃耗灵敏度计算

本文计算 R 为:燃耗深度 50 GW·d/t 时的 ²⁴⁴Cm 的核子密度。从表 2 可以看出对 ²⁴⁴Cm 核子密度影响比较大的主要是 ²³⁵U 和 ²³⁹Pu 的裂变截面和 ²³⁸U、²⁴⁰Pu、²⁴¹Pu、²⁴²Pu 以及 ²⁴³Am 的俘获截面,其中 ²³⁵U 和 ²³⁹Pu 裂变截面主要通过影响中子通量密度水平而导致 ²⁴⁴Cm 核子密度发生变化,而 ²³⁸U、²⁴⁰Pu、²⁴¹Pu、²⁴²Pu 以及 ²⁴³Am 主要通过俘获反应生成 ²⁴⁴Cm 而导致其核子密度发生变化。

从图 3 可以看出通过 ²⁴³Am 的俘获截面引起 ²⁴⁴Cm 的核子密度的不确定性主要在热中子区和共振区,因此改善 ²⁴³Am 俘获截面精度应该优先考虑热中子区和共振区,以便更加准确的预测 ²⁴⁴Cm 的核子密度随时间的变化。

表 2 重要核素对 ²⁴⁴Cm 的核子密度的灵敏度系数
Table 2 Sensitivity Coefficient of ²⁴⁴Cm Production for Important Nuclides

反应	²³⁵ U	²³⁸ U	²³⁹ Pu	²⁴⁰ Pu	²⁴¹ Pu	²⁴² Pu	²⁴³ Am
俘获	0.219	-1.03	0.367	1.280	0.514	0.863	0.634
裂变	0.817	-0.06	0.736	0.0	0.09	0.0	0.003

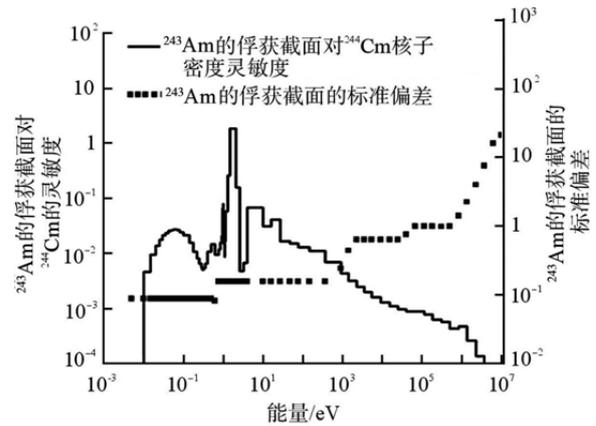


图 3 ²⁴³Am 俘获截面灵敏度系数及其标准偏差
Fig. 3 Sensitivity and Standard Deviation of ²⁴³Am Capture Cross Section

3 结束语

本文基于一阶广义微扰理论,利用组件程序 CACTI 进行输运燃耗计算,编制了燃耗计算中各核素含量对主要反应截面的灵敏度分析程序。利用编制的软件计算了一栅元问题,计算的响应为燃耗深度 50 GW·d/t 时的 ²⁴⁴Cm 核子密度。计算表明,影响 ²⁴⁴Cm 核子密度变化的主要是 ²³⁵U 和 ²³⁹Pu 的裂变截面、²³⁸U、²⁴⁰Pu、²⁴¹Pu、²⁴²Pu 以及 ²⁴³Am 的俘获截面;同时分析了 ²⁴³Am 的俘获截面对 ²⁴⁴Cm 的核子密度的能群相关的灵敏度系数,其在热中子区和共振区的灵敏度系数明显大于快中子区,因此 ²⁴³Am 俘获截面精度的改善应该优先考虑热中子区和共振区。

参考文献:

- [1] 胡泽华,王佳,孙伟力,等. 基准模型截 Keff 对和数据库的灵敏度分析及不确定度量[J],原子能科学技术, 2013, 47 (6): 312-317.
- [2] Ishikawa M.Application of Covariances to Fast Reactor Core Analysis[J]. Nuclear Data Sheets,2008, 109(1): 2778-2784.
- [3] 祖铁军,吴宏春,曹良志,等. 自主化压水堆组件参数计算程序 CACTUS 研发[C]. 核反应堆系统设计技术重点实验室年报, 2013, 129-133.
- [4] Gandini A, Salvatores M. Time-dependent generalized perturbation theory for burn-up Analysis[J]. Nucl.Sci.Eng.,1975, 62(1): 339-345.
- [5] Takeda T, Umano T. Burnup Sensitivity Analysis in a Fast Breeder Reactor-part I: Sensitivity Calculation Method with Generalized Perturbation Theory[J]. Nucl. Sci.Eng., 1985, 91(1): 1-10.

(责任编辑:张明军)