第 36 卷　第 3 期　　核 动 力 工 程　　Vol.36. No.3
2 0 1 5 年 6 月　　Nuclear Power Engineering　　Jun. 2015

文章编号：0258-0926(2015)03-0070-05; doi: 10.13832/j. jnpe. 2015.03.0070

PSA 分析中可靠性参数的 Kass-Steffey 修正原理及应用研究

陈　妍，郑　鹏，李朝君，朱　伟，史　强，张春明

环境保护部核与辐射安全中心，北京，100082

摘要：可靠性参数是核电厂概率安全分析评价（PSA）的基础，参数经验贝叶斯方法（PEB）在处理少量失效数据样本时会低估待估可靠性参数的不确定性；Kass-Steffey 修正方法采用泰勒展开对参数的后验方差进行修正可以解决参数低估问题。研究 Kass-Steffey 修正原理并推导出一阶修正公式，计算带 Kass-Steffey 修正的多个核电厂始发事件频率的参数后验估计方差及 90%的置信区间值。计算结果表明，对于失效数据次数多的样本，Kass-Steffey 修正对后验方差及估计区间影响较小；对于失效数据稀少的样本，Kass-Steffey 修正值得关注，修正后的后验方差变化 16%~99%，置信区间值变化 4%~53%。

关键词：概率安全评价；可靠性参数估计；参数经验贝叶斯方法（PEB）；Kass-Steffey 修正

中图分类号：TL364　　文献标志码：A

Study on Theory and Application of Kass-Steffey Adjustment for Parameter Estimation of PSA

Chen Yan, Zheng Peng, Li Chaojun, Zhu Wei, Shi Qiang, Zhang Chunming

Nuclear and Radiation Safety Center, MEP, Beijing, 100082, China

Abstract: Reliability data is the basis of probabilistic safety assessment in NPPs. The parametric empirical Bayes models would underestimate the uncertainty of estimated parameter in the case with few failure data. Kass-Steffey adjustment could use Taylor series expansion to correct the posterior variance. The Kass-Steffey adjustment were derived in detail, and taking the initiating events as an example, the posterior variance and 90% credible interval are calculated. It is found that the Kass-Steffey adjustment is unimportant if there are many failure data, while it is noted that the Kass-Steffey adjustment is very important when there are few failure data, which make the posterior variance change 16%~99%, and credible interval change 4%~53%.

Key words: Probabilistic safety assessment, Reliability parameters, Parametric empirical Bayes models, Kass-Steffey adjustment

0　引　言

可靠性数据是核电厂概率安全评价（PSA）中的重要内容，其作为故障树的基本事件及事件树始发事件的参数输入，直接影响着 PSA 的定量化结果。目前核行业[1-3]通常采用贝叶斯方法给出核电厂可靠性参数的估计值。值得关注的是采用参数经验贝叶斯方法（PEB）在处理少量失效数据样本时会低估待估可靠性参数的不确定性，而 Kass-Steffey 修正方法采用泰勒展开，使参数的后验方差增加一个非负项，可以解决参数不确定性被低估的问题[1,4]。

本文通过研究带 Kass-Steffey 修正的参数经验贝叶斯方法，推导 Kass-Steffey 一阶修正公式，并应用在多个核电厂始发事件频率的待估参数估

收稿日期：2014-08-18；修回日期：2015-04-01
基金项目：国家科技重大专项（2011ZX06004-008、2013ZX06002001-008）
作者简介：陈　妍（1982—），女，高级工程师，现从事核电厂概率风险评价和可靠性的研究工作

计，最后计算讨论 Kass-Steffey 修正对参数估计不确定性的影响。

1　带 Kass-Steffey 修正的 PEB

1.1　PEB

若失效数据 x =（x_1，⋯，x_m）来自 m 个相似的核电厂，通常采用 2 层的模型进行参数估计：

第 1 层：将 m 个核电厂看成一个整体。由于电厂的相似性，尽管各个电厂的待估参数（θ_i）不同，但 θ_i 服从总体分布 g。通过调用 g 分布 m 次，产生各个核电厂参数 θ_i。

第 2 层：将 g 分布作为先验分布，结合特定核电厂数据及贝叶斯方法，得到 θ_i 的后验分布。

PEB 是一种实现分层模型的方法[2]：

（1）首先从 m 个核电厂数据的变化中估计总体分布 g：基于所有电厂数据，采用最大似然法估计 g 分布的超参数（λ），得到 g 分布。

（2）将 g 分布作为先验分布，使用通常的贝叶斯方法，结合单个电厂数据，得到待估参数θ_i 的后验估计值。

1.2　Kass-Steffey 修正原理

PEB 中假设第 1 层的 g 分布等同于真实的总体分布，然而这种假设一定程度上会低估后验分布θ_i 的不确定性，因此 Kass-Steffey 修正采用泰勒展开原理，在第 2 层的θ_i 后验估计值上增加了高阶修正，以完善参数后验估计的不确定性。设每个电厂的 (x_i,θ_i) 相互独立，由于电厂的相似性，待估参数θ_i 具有共同分布，并都由总体分布 $\{p(\theta|\lambda):\theta\in\Theta,\lambda\in\Lambda\}$ 产生，λ 为超参数，Λ 为超参数取值空间，Θ 为待估参数空间，则 x =（x_1，⋯，x_m）的似然函数为：

$$L(\lambda)=\prod_{i=1}^{m}L_i(\lambda)=\prod_{i=1}^{m}p(x_i|\lambda) \tag{1}$$

式中，依赖 λ 的 x_i 条件分布密度函数为：

$p(x_i|\lambda)=\int p(x_i|\theta_i,\lambda)p(\theta_i|\lambda)\mathrm{d}\theta_i$。

首先定义 f 是 Θ 上的实函数，由 $p(\theta_i|\boldsymbol{x},\lambda)=p(\theta_i|x_i,\lambda)$，则 $f(\theta_i)$ 的后验期望值：

$$\begin{aligned}E\left(f(\theta_i)|\boldsymbol{x}\right)&=\int f(\theta_i)p(\theta_i|\boldsymbol{x})d\theta_i\\&=\iint f(\theta_i)p(\theta_i|\boldsymbol{x},\lambda)p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\theta_i\mathrm{d}\lambda\\&=\int\int f(\theta_i)p(\theta_i|x_i,\lambda)\mathrm{d}\theta_i\,p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\lambda\\&=E_\lambda\left[E\left(f(\theta_i)|x_i,\lambda\right)\right]\end{aligned} \tag{2}$$

式中，E_λ 是 $f(\theta_i)$ 基于 λ 的后验分布期望值。

$f(\theta_i)$ 的后验方差表达式为：

$$\begin{aligned}V\left(f(\theta_i)|\boldsymbol{x}\right)&=\int\left[f(\theta_i)-E(f(\theta_i)|\boldsymbol{x})\right]^2p(\theta_i|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\theta_i\\&=\int\left\{f(\theta_i)-E_\lambda\left[E(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\right\}^2p(\theta_i|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\theta_i\\&=\int f^2(\theta_i)p(\theta_i|\boldsymbol{x})d\theta_i-E_\lambda{}^2\left[E(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\end{aligned} \tag{3}$$

式（3）右边通过加减一项 $E_\lambda\left[E^2(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]$，可以证明以下两式：

$$\begin{aligned}&E_\lambda\left[V(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]=\int V(g(\theta_i)|x_i,\lambda)p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\lambda\\&=\int g^2(\theta_i)p(\theta_i|x_i,\lambda)p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\theta_i\mathrm{d}\lambda-\\&\quad\int E^2(g(\theta_i)|x_i,\lambda)p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\lambda\\&=\int g^2(\theta_i)p(\theta_i|x_i,\lambda)\mathrm{d}\theta_i\,p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\lambda-\\&\quad E_\lambda\left[E^2(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}&V_\lambda\left[E(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\\&=\int\left\{E(g(\theta_i)|x_i,\lambda)-E_\lambda\left[E(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\right\}^2p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\lambda\\&=\int E^2(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\,p(\lambda|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\lambda-E_\lambda{}^2\left[E(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\\&=E_\lambda\left[E^2(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]-E_\lambda{}^2\left[E(g(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\end{aligned} \tag{5}$$

则 $f(\theta_i)$ 的后验方差为：

$$\begin{aligned}V(f(\theta_i)|\boldsymbol{x})&=\int f^2(\theta_i)p(\theta_i|\boldsymbol{x})\mathrm{d}\theta_i-E_\lambda\left[E^2(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]+\\&\quad E_\lambda\left[E^2(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]-E_\lambda{}^2\left[E(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\\&=E_\lambda\left[Var(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]+Var_\lambda\left[E(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\end{aligned} \tag{6}$$

然后定义 G 是 Λ 上的实函数，假设其雅克比矩阵在后验估计值（$\tilde{\lambda}$）处不为零。基于 $\tilde{\lambda}$ 并不等同真值，由泰勒展开原理将 $G(\lambda)$ 展开到一阶：

$$G(\lambda)\approx G(\tilde{\lambda})+\sum_{i=1}^{k}G_i'(\tilde{\lambda})(\lambda_i-\tilde{\lambda}_i) \tag{7}$$

式中，k 是超参数 λ 的个数。

采用 delta 方法，得到 $G(\lambda|\boldsymbol{x})$ 在一阶近似下的期望值和方差：

$$E(G(\lambda)|\boldsymbol{x})\approx E(G(\tilde{\lambda}))+E\left[\sum_{i=1}^{k}G_i'(\tilde{\lambda})(\lambda_i-\tilde{\lambda}_i)\right]=G(\tilde{\lambda}) \tag{8}$$

$$\begin{aligned}V(G(\lambda)|\boldsymbol{x})&=E\left\{\left[G(\lambda)-E(G(\lambda))\right]^2\right\}\\&\approx E\left\{\left[\sum_{i=1}^{k}G_i'(\tilde{\lambda})(\lambda_i-\tilde{\lambda}_i)\right]^2\right\}=(DG)^{\mathrm{T}}\tilde{\Sigma}(DG)\end{aligned} \tag{9}$$

式中，$\tilde{\Sigma}$ 是二阶协方差矩阵。

第 ij 矩阵元为：

$$\tilde{\Sigma}_{ij}=\mathrm{cov}(\lambda_i,\lambda_j)=E\left[(\lambda_i-\tilde{\lambda}_i)(\lambda_j-\tilde{\lambda}_j)\right] \quad (10)$$

同时 λ 的 Fisher 矩阵 $\boldsymbol{I}(\lambda)$ 为[1]：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{I}(\lambda)&=\left[\boldsymbol{I}_{ij}(\lambda)\right]_{k\times k}\\&=\left[E\left(\frac{\partial\ln L}{\partial\lambda_i}\frac{\partial\ln L}{\partial\lambda_j}\right)\right]_{k\times k}\\&=\left\{-E\left(\frac{\partial^2\ln L}{\partial\lambda_i\partial\lambda_j}\right)\right\}_{k\times k}\end{aligned} \quad (11)$$

在 $\{p(\boldsymbol{x}|\lambda)\}$ 满足正则条件下，二阶协方差矩阵等于 Fisher 矩阵的逆：

$$\boldsymbol{\Sigma}(\lambda)=\left[\boldsymbol{I}(\lambda)\right]^{-1} \quad (12)$$

将式（12）带入式（10）式可得：

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}=\boldsymbol{I}(\tilde{\lambda})^{-1}=\left[-D^2\ln(p(\boldsymbol{x}|\tilde{\lambda}))\right]^{-1} \quad (13)$$

最后，令 $G(\lambda)=E(f(\theta_i)|x_i,\lambda)$，结合一阶近似式（8），带入式（2）可得：

$$E(f(\theta_i)|\boldsymbol{x})=E(f(\theta_i)|x_i,\tilde{\lambda}) \quad (14)$$

令 $G(\lambda)=V(f(\theta_i)|x_i,\lambda)$ 带入式 (6) 的第一项以及将 $G(\lambda)=E(f(\theta_i)|x_i,\lambda)$ 带入式(6)的第二项，分别得到：

$$E_\lambda\left[Var(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\approx Var(f(\theta_i)|x_i,\tilde{\lambda}) \quad (15)$$

$$\begin{aligned}&V_\lambda\left[E(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]\\&\approx\left[DE(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\right]^{\mathrm{T}}\tilde{\Sigma}(DE(f(\theta_i)|x_i,\lambda)\end{aligned} \quad (16)$$

将式（15）和式（16）带入式（6），得到一阶近似下带 Kass-Steffey 修正的 $f(\theta_i)$ 的后验方差：

$$V(f(\theta_i)|\boldsymbol{x})=V(f(\theta_i)|x_i,\tilde{\lambda})+\sum_{j,h}\tilde{\sigma}_{jh}\tilde{\delta}_j\tilde{\delta}_h \quad (17)$$

式中，$\tilde{\sigma}_{jh}$ 是二阶协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}$ 的矩阵元，$\tilde{\delta}_j=\dfrac{\partial}{\partial\lambda_j}E(f(\theta_i)|x_i,\tilde{\lambda})$。

从式（14）和式（17）式可以看到，一阶修正下 $f(\theta_i)$ 的后验期望值不变，而 $f(\theta_i)$ 的后验方差增加了一个非负项 $\sum_{j,h}\tilde{\sigma}_{jh}\tilde{\delta}_j\tilde{\delta}_h$，即后验方差增大。因此 Kass-Steffey 修正方法理论上修正待估参数不确定性低估问题。鉴于二阶及更高修正比一阶修正的影响更小，本文暂不推导论述。

2 Kass-Steffey 修正下 PEB 方法的应用实例

2.1 带 Kass-Steffey 修正的 Gamma-Poission 模型

Gamma-Poission 模型常用于描述核电厂运行的一段时间内始发事件的发生次数：始发事件的发生次数 x 服从参数为λ的 Poission 分布，λ为待估参数。因此第 i 个核电厂始发事件密度函数为：

$$p(x_i|\lambda_i)=(\lambda_i t_i)^{x_i}e^{-\lambda_i t_i}/x_i! \quad (18)$$

分层模型的第 1 层首先计算先验分布（总体分布）中的超参数，鉴于 λ_i 服从 Poission 分布的共轭分布，因此总体分布服从 Gamma(α,β) 的 $g(\lambda|\alpha,\beta)$ 分布，则:

$$\begin{aligned}p(x|\alpha,\beta)&=\int p(x|\lambda)g(\lambda|\alpha,\beta)\mathrm{d}\lambda\\&=\frac{\Gamma(\alpha+x)}{n!\Gamma(\alpha)}(t/\beta)^x(1+t/\beta)^{-(\alpha+x)}\end{aligned} \quad (19)$$

似然函数 $L(\alpha,\beta)$ 为：

$$L(\alpha,\beta)=\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\Gamma(\alpha+x_i)}{x_i!\Gamma(\alpha)}(t_i/\beta)^{x_i}(1+t/\beta)^{-(\alpha+x_i)}\right] \quad (20)$$

超参数的估计值通过求解似然函数对数的偏导数方程组得到：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial\alpha}\ln L(\alpha,\beta)\\=\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left[\varPsi(\alpha+x_i)-\varPsi(\alpha)-\ln\left(1+\frac{t_i}{\beta}\right)\right]=0\\\dfrac{\partial}{\partial\beta}\ln L(\alpha,\beta)=\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\beta}\left[\frac{(\alpha+x_i)t_i}{\beta+t_i}-x_i\right]=0\end{cases} \quad (21)$$

式中，$\varPsi$ 是 digamm 方程，$\varPsi(\mu)=(\mathrm{d}/\mathrm{d}\mu)\ln\Gamma(\mu)$。由于 x_i 是离散值，利用 $\varPsi(x+1)=\varPsi(x)+1/x$ 性质，可以得到：

$$\varPsi(\alpha+x_i)-\varPsi(x_i)=\sum_{j=1}^{x_i}\frac{1}{\alpha+j-1} \quad (22)$$

求解式（21）式的第 2 个方程可以得出：

$$\hat{\alpha}=\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{x_i\hat{\beta}}{\hat{\beta}+t_i}\right)\bigg/\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{t_i}{\hat{\beta}+t_i}\right) \quad (23)$$

将 $\hat{\alpha}$ 带入（21）式的第一个方程，则可用 MATLAB 求出方程的解 $\hat{\beta}$，然后将 $\hat{\beta}$ 带入式（23），可求出 $\hat{\alpha}$ 数值。分层模型的第 2 层，采用贝叶斯估计，并令 $\hat{\mu}=\hat{\alpha}/\hat{\beta}$，则 λ 参数的后验

期望 $E_{\text{post}}(\lambda_i)$ 和方差估计值 $V_{\text{post}}(\lambda_i)$ 分别为：

$$E_{\text{post}}(\lambda_i)=\frac{\hat{\alpha}+x_i}{\hat{\alpha}/\hat{\mu}+t_i} \quad (24)$$

$$V_{\text{post}}(\lambda_i)=\frac{\hat{\alpha}+x_i}{(\hat{\alpha}/\hat{\mu}+t_i)^2} \quad (25)$$

将式（25）进行 Kass-Steffey 修正，则加入修正的后验方差估计为：

$$V_{\text{post-m}}(\lambda_i)=V_{\text{post}}(\lambda_i)+\left[\frac{\partial E_{\text{post}}(\lambda_i)}{\partial\hat{\mu}}\right]^2 Var(\hat{\mu})+\left[\frac{\partial E_{\text{post}}(\lambda_i)}{\partial\hat{\alpha}}\right]^2 Var(\hat{\alpha}) \quad (26)$$

根据二阶协方差矩阵等于 Fisher 矩阵的逆，得到超参数 $\hat{\mu}$，$\hat{\alpha}$ 的方差为：

$$Var(\hat{\mu})=1/J_{11} \quad (27)$$

$$Var(\hat{\alpha})=1/J_{22} \quad (28)$$

J_{11} 和 J_{22} 是 Fisher 矩阵元，通过式（11）可得：

$$J_{11}=\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\mu}}\sum_{i=1}^{m}\frac{t_i}{\hat{\alpha}+\hat{\mu}t_i} \quad (29)$$

$$J_{22}=\sum_{i=1}^{m}[\Psi'(\hat{\alpha})-\Psi'(\hat{\alpha}+x_i)]-\frac{\hat{\mu}}{\hat{\alpha}}\sum_{i=1}^{m}\frac{t_i}{\hat{\alpha}+\hat{\mu}t_i} \quad (30)$$

由于 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\alpha}$ 正交，因此 J_{12} 和 J_{21} 都为零。且有：

$$\frac{\partial E_{\text{post}}(\lambda_i)}{\partial\hat{\mu}}=\frac{\hat{\alpha}(\hat{\alpha}+x_i)}{(\hat{\alpha}+\hat{\mu}t_i)^2} \quad (31)$$

$$\frac{\partial E_{\text{post}}(\lambda_i)}{\partial\hat{\alpha}}=-\frac{\hat{\mu}(x_i-\hat{\mu}t_i)}{(\hat{\alpha}+t_i\hat{\mu})^2} \quad (32)$$

因此应用式（26）及相关参数，可以计算带 Kass-Steffey 修正的 Gamma-Poission 模型中的后验方差估计。

2.2　大量失效数据的参数估计

以美国多个核电厂的非计划紧急停堆始发事件为例，计算带 Kass-Steffey 修正的 Gamma-Poission 模型的参数估计。多个核电厂的非计划跳堆始发事件数据参考文献[1]。

采用最大似然估计方法计算得到先验分布参数 $\hat{\alpha}$=1.391，$\hat{\beta}$=1.211。计算无 Kass-Steffey 修正以及带 Kass-Steffey 修正的待估参数λ的后验分布 90%（5%~95%）的置信区间，计算结果如表 1。

结果表明，带 Kass-Steffey 修正计算的λ后验区间相比无修正计算的λ后验区间，区间范围更大，表明 Kass-Steffey 修正了不确定性低估的问题。然而由于失效数据较多（始发事件失效数据共 361 个），Kass-Steffey 修正的区间很小，可以忽略。

2.3　少量失效数据的参数估计

将文献[1]中的失效数据稀少的部分电厂数据抽出组成样本数据，如表 2（失效数据累计 8 个）。计算出先验分布参数 $\hat{\alpha}$=1.310，$\hat{\beta}$=8.609，

表 1　大量失效数据情境下 Kass-Steffey 修正的 PEB 参数估计计算结果比较

Table 1　Comparison of Parameter Estimation Results of Many Observations without and with Kass-Steffey Adjustment

核电厂	无修正	带修正	核电厂	无修正	带修正	核电厂	无修正	带修正
Arkansas 1	0.214~1.11	0.213~1.12	Millstone 2	0.163~0.849	0.162~0.850	Farley 2	0.372~1.29	0.372~1.29
Arkansas 2	0.902~2.25	0.901~2.25	Monticello	0.0708~1.84	0.0688~1.85	Fort Calhoun	0.0807~0.829	0.0792~0.833
Beaver Val. 1	0.289~1.26	0.289~1.26	North Anna 1	0.833~2.50	0.831~2.50	Ginna	0.0663~0.681	0.0649~0.685
Big Rock Point	0.126~0.847	0.125~0.850	North Anna 2	0.301~1.31	0.300~1.32	Grand Gulf	1.29~4.14	1.27~4.16
Brunswick 2	0.413~2.15	0.411~2.15	Oconee 1	0.183~0.953	0.182~0.955	Haddam Neck	0.206~1.07	0.206~1.07
Callaway	2.94~7.34	2.86~7.47	Oconee 2	0.0143~0.372	0.0132~0.378	Hatch 1	0.621~1.99	0.620~1.99
Calvert Cliffs 1	0.327~1.25	0.326~1.26	Oconee 3	0.285~1.25	0.285~1.25	Hatch 2	0.985~3.16	0.980~3.17
Cook 1	0.171~0.891	0.170~0.893	Oyster Creek	0.352~2.36	0.350~2.37	Indian Pt.2	0.375~1.64	0.374~1.64
Cook 2	0.654~2.09	0.652~2.10	Palisades	0.188~1.93	0.187~1.94	Indian Pt.3	0.523~1.67	0.522~1.68
Cooper Station	0.221~1.15	0.220~1.15	Pt. Beach 1	0.0188~0.487	0.0174~0.494	Kewaunee	0.253~1.10	0.252~1.11
Crystal River 3	0.107~0.720	0.106~0.723	Pt. Beach 2	0.0163~0.424	0.0151~0.431	LaSalle 1	0.761~2.16	0.760~2.16
Davis-Besse	0.328~1.43	0.327~1.43	Prairie Island 1	0.232~1.01	0.232~1.02	LaSalle 2	1.08~2.80	1.08~2.80
Diablo Cany. 1	1.25~4.81	1.22~4.86	Prairie Island 2	0.0158~0.410	0.0146~0.416	Maine Yank.	0.540~1.73	0.534~1.73
Dresden 2	0.206~1.07	0.206~1.08	Quad Cities 1	0.267~1.39	0.266~1.39	McGuire 1	0.305~1.33	0.304~1.33
Dresden 3	0.977~2.93	0.973~2.94	Quad Cities 2	0.126~0.847	0.125~0.850	McGuire 2	1.36~3.02	1.36~3.03
Duane Arnold	0.455~1.58	0.455~1.58	Robinson 2	0.0784~2.03	0.0763~2.04	Millstone 1	0.0175~0.453	0.0162~0.460
Farley 1	0.126~0.848	0.125~0.850	Salem 1	1.66~4.49	1.65~4.52	Turkey Point 4	0.908~2.57	0.905~2.58
Salem 2	1.40~3.79	1.39~3.81	Summer	1.07~2.76	1.06~2.77	Vermont	0.123~0.823	0.121~0.825
San Onofre 2	0.443~1.70	0.443~1.70	Surry 1	0.765~2.29	0.763~2.30	Yank	3.03~5.92	3.00~5.96
San Onofre 3	0.678~2.17	0.676~2.17	Surry 2	1.10~2.58	1.10~2.58	Wash Nucl. 2	0.472~1.64	0.472~1.64
St Lucie 1	0.525~1.82	0.524~1.83	Susquehan 1	0.549~1.76	0.548~1.76	Zion 1	0.566~1.82	0.566~1.82
St Lucie 2	0.665~1.89	0.665~1.89	Susquehan 2	1.27~4.06	1.25~4.09	Turkey Point 3	0.582~1.75	0.582~1.75

表 2 失效数据稀少情境下带 Kass-Steffey 修正 PEB 参数估计的计算结果比较

Table 2 Comparison of Parameter Estimation Results of Few Data without and with Kass-Steffey Adjustment

核电厂	x	t	方差	修正后方差	方差变化相对值/%	未修正	修正后
Fort Calhoun	1	5.2632	0.0120	0.0139	16	0.0350~0.378	0.0295~0.395
Ginna	1	6.6667	0.00990	0.0111	12	0.0318~0.343	0.0278~0.355
Millstone 1	0	6.9902	0.00538	0.00708	31	0.00774~0.229	0.00426~0.252
Monticello	0	0.8106	0.0147	0.0176	19	0.0128~0.379	0.00888~0.403
Oconee 2	0	8.784	0.00433	0.00593	37	0.00695~0.205	0.00344~0.229
Oyster Creek	2	1.6949	0.0311	0.0622	99	0.0951~0.655	0.0441~0.809
Palisades	0	1.562	0.0223	0.0324	45	0.0478~0.515	0.0293~0.580
Pt. Beach 1	0	6.4201	0.00580	0.00753	30	0.00804~0.238	0.00457~0.260
Pt. Beach 2	0	7.5442	0.00502	0.00669	33	0.00748~0.221	0.00398~0.244
Prairie Island 2	0	7.844	0.00484	0.00649	34	0.00734~0.217	0.00384~0.240
Quad Cities 2	2	6.8966	0.0138	0.0172	25	0.0632~0.436	0.0517~0.465
Robinson 2	0	0.6161	0.0154	0.0184	20	0.0131~0.387	0.00899~0.412
Vermont	2	7.1429	0.0133	0.0165	24	0.0622~0.429	0.0514~0.0514

注：x 为各个核电厂的失效次数；t 为运行时间，10^3 h

并计算有无 Kass-Steffey 修正的后验方差，以及有无 Kass-Steffey 修正的参数λ的后验分布 90%的置信区间。计算结果表明，Kass-Steffey 修正影响很大，方差的相对变化量在 16%~99%之间，λ参数的 5%区间下限值在 13%~53%之间变化，95%区间上限值在 4%~23%变化。对于失效数据稀少的样本，Kass-Steffey 修正有重要影响的结论也适用于其他分布模型下的参数估计[1]。

3 结 论

本文推导了 Kass-Steffey 修正原理，并以服从 Gamma-Poission 模型的多个核电厂的始发数据为例，计算比较了带与不带 Kass-Steffey 修正的参数估计值及区间。计算结果表明，对于失效数据多的样本，Kass-Steffey 修正对参数后验方差及估计区间影响较小；对于失效数据稀少的样本，Kass-Steffey 修正对后验方差及估计区间影响较大，修正后的后验方差变化 16%~99%，置信区间值变化 4%~53%。

参考文献：

[1] Atwood C L, LaChance J L, Martz H F, et al. Handbook of parameter estimation for probabilistic risk assessment[R]. NUREG/CR-6823. 2003.

[2] Eide S A, Wierman T E, Gentillon C D, et al. Industry-Average Performance for Components and Initiating Events at U.S. Commercial Nuclear Power Plants [R]. NUREG/CR-6928. 2007.

[3] ASME/ANS RA-Sa-2009. Standard for level 1/large early release frequency probabilistic risk assessment for nuclear power plant applications [S]. 2009.

[4] Robert E. Kass, Duane Steffey, Approximate bayesian inference in conditionally independent hierarchical models (Parametric Empircal Bayes Models) [J].Journal of the American Statistical Association,1989, 84(407): 717-726.

（责任编辑：张祚豪）