

文章编号 : 0258-0926(2015)05-0132-04 ; doi: 10.13832/j.jnpe.2015.05.0132

## 断裂韧度特征值的概率分析

李曰兵, 高增梁, 雷月葆

浙江工业大学化工机械设计研究所, 杭州, 310032

**摘要:** 针对断裂韧度的不确定性, 利用概率理论揭示 3 试样最小值当量 (MOTE) 方法的统计意义。基于 41 个断裂韧度试验数据, 通过对母体分布的抽样模拟试验数据, 并采用 MOTe 方法确定模拟数据的断裂韧度特征值, 计算其对应的失效概率, 并与 ASME 方法进行对比分析。结果表明: 在估计母体的低分位点值时, MOTe 方法的置信度较低, 采用多试验数据可以得到较为可靠的评定结果, 但试验数据大于 3 时 MOTe 方法, 也只有 81.5% 的置信度保证断裂韧度特征值低于 ASME 下限值。

**关键词:** 断裂韧度; 3 试样最小值当量方法; ASME 下限值; 概率分析

**中图分类号:** TL351<sup>+</sup>.6 **文献标志码:** A

## Probabilistic Analysis for Characteristic Values of Fracture Toughness

Li Yuebing, Gao Zengliang, Lei Yuebao

Institute of Process Equipment and Control Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310032, China

**Abstract:** The statistical significance for the method of minimum of three equivalent (MOTE) was revealed on the uncertainty of fracture toughness data, using the probability theory. Large numbers of fracture toughness data sets sampled from a parent distribution, which were fitted by 41 fracture toughness values, were used to simulate the test data. Then the characteristic values of fracture toughness for every data set were determined with the MOTe method. At last the failure probability of a typical cylinder containing surface crack was analyzed for every characteristic value, and compared with ASME low bound. The results show that the confidence level is relatively low to estimate a low quantile of parent distribution. The result of assessment will be more reliability with much more test data. However, the confidence level is only 81.5% to ensure that the characteristic value of fracture toughness from the MOTe method is lower than ASME low bound, even if the number of test data exceeds three.

**Key words:** Characteristic value of fracture toughness, Method of minimum of three equivalent, ASME low bound, Probabilistic analysis

### 0 引言

断裂韧度是含缺陷反应堆压力容器结构完整性评定中关键输入参数之一。断裂韧度的试验数据表明它具有明显的分散性。在含缺陷结构完整性评定中, 常取断裂韧度的下限值, 作为评定用值, 即断裂韧度特征值, 但各缺陷评定规范中所规定的断裂韧度特征值不尽相同。英国 R6 标准<sup>[1]</sup>

给出了断裂韧度数据的三级统计分析, 包括 3 试样最小值当量 (MOTE) 方法、多试样的简化置信下限法、最大似然估计法。美国机械师工程协会 (ASME) 规范<sup>[2]</sup>采用指定的落锤试验或冲击试验, 再通过经验关系式确定断裂韧度的下限。

我国含缺陷核承压设备结构完整性评定标准 NB/T 20013<sup>[3]</sup>在确定断裂韧度特征值时, 沿用了

收稿日期: 2014-12-01; 修回日期: 2015-07-01

基金项目: “十二五”国家科技支撑计划(2011BAK06B03); 浙江省公益类重点项目(2014C23001); 浙江省创新团队项目(2010R50001-19)

作者简介: 李曰兵 (1987—), 男, 博士, 现主要从事反应堆压力容器的概率评定研究工作

非核压力容器缺陷评定标准 GB/T 19624<sup>[4]</sup>中断裂韧度的 MOTE 方法,而对反应堆压力容器的缺陷评定流程参考 ASME 规范,采用了线弹性断裂力学方法,故应保证 MOTE 方法可以有效地估计 ASME 下限值。针对该问题,本文揭示了 MOTE 方法的统计含义,并依据美国橡树岭国家试验室 (ONRL) 的试验数据进行了分析,对比了 2 种方法下结构的失效概率。

## 1 MOTE 处理方法及其统计意义

### 1.1 MOTE 处理方法

单试样法测定时,断裂韧度取 3 个同类试验结果的最低值。当最低值小于 3 个试验结果平均值的 50%或最大值大于平均值的 2 倍时,应追加 3 个同样试样并采用全部 6 个试样测试数据中的第 2 最低值作为特征值。如果使用更多地追加试验,则采用 3 试样最小值的当量值作为特征值 (表 1)。

表 1 3 试样最小值的当量值  
Table 1 Equivalent Fracture Toughness Values to Minimum of Three Results

断裂韧度值个数	当量值
3~5	最小值
6~10	第二最小值
11~15	第三最小值

### 1.2 统计意义

在评定标准中,常取母体分布的低分位点表征材料的强度,称为材料强度的特征值,作为评定用值。但实际上,母体分布是未知的,工程中只能根据有限的测试结果估计母体给定置信度下的低分位点值<sup>[5]</sup>,如式 (1) 所示。

$$Pr\{\hat{x}_c \leq x_p\} \geq q \quad (1)$$

式中,  $Pr\{X\}$  表示事件  $X$  发生的概率。

式 (1) 可解释为试验估计值 ( $\hat{x}_c$ ) 低于母体分布的  $p$  分位点 ( $x_p$ ) 的概率不低于置信度 ( $q$ )。即可认为有  $q$  的信心保证,由试验数据所得特征值的  $\hat{x}_c$  低于  $x_p$ 。而在工程评定中,常取  $p=0.2$ ,  $q=90\%$ ,即认为  $\hat{x}_c$  低于母体 20%分位点  $x_p$  的概率不低于 90%。

对于极小样本,若取  $n$  次试验值中的最小值作为  $\hat{x}_c$ ,则该母体分布的  $x_p$  低于  $\hat{x}_c$  的概率,即  $n$

次试验值均高于  $x_p$  的概率为:

$$Pr\{x_p < \hat{x}_c\} = (1-p)^n \quad (2)$$

式中,  $p$  表示单次试验时试验值低于  $x_p$  的概率。对于较大样本,  $\hat{x}_c$  取  $n$  次试验值中的第  $r$  个最小值,则该  $x_p$  低于  $\hat{x}_c$  的概率为:

$$Pr\{x_p < \hat{x}_c\} = \sum_{i=0}^r \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \quad (3)$$

联合式 (1),可以确定不同  $p$  时的  $q$ 。若取  $n$  次试验值中的最小值作为  $\hat{x}_c$ ,得到结果如图 1 所示。从图中可以看出,在相同  $p$  下,随着试验次数的增加,  $q$  增加。即在规定  $p$  分位点下保证足够的  $q$ ,需增加试验次数。例如,在 20%分位点下保证置信度 90%,则至少需要 10 次试验。

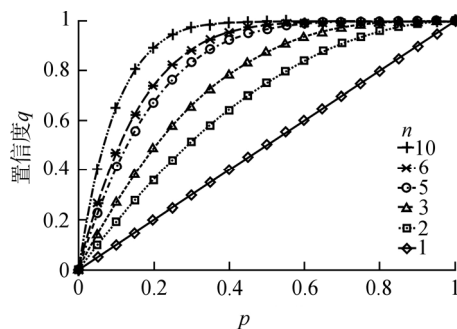


图 1 不同  $p$  时的置信度  $q$

Fig. 1 Confidence Level  $q$  for Different  $p$  Quantile

MOTE 方法下不同  $p$  时的  $q$ ,如图 2 所示。实际上,在制定 MOTE 的当量值时,要求当量值以不低于 87.5%的置信度估计母体 50%分位点值。从图 2 中可以看出,其他试验次数下母体 50%分位点值估计值的  $q$  均高于 87.5%;但当以 20%分位点值或者低于 20%分位点值估计特征值时其

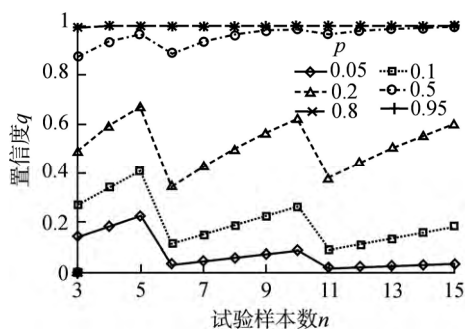


图 2 MOTE 方法下不同样本数  $n$  时的置信度  $q$

Fig. 2 Confidence Level  $q$  for Different Sample Number under MOTE Method

置信度不一定高于 MOTE 的置信度。例如,若以 20%分位点值作为特征值进行估计,3 试样时置信度为 48.8%,而 6 试样时置信度只有 34.5%。

## 2 概率分析

### 2.1 原始数据

ORNL 对大量断裂韧性试验数据进行了统计处理,拟合出了平面应变条件下静态启裂韧度和止裂韧度的统计分布参数<sup>[6]</sup>。同时,这些数据被用于制定 ASME 第 XI 卷附录 G 中的断裂韧性下限曲线。现取  $\Delta T = T - RT_{NDT} = -145$  时的启裂韧性数据(共 41 个数据点)进行统计分析,原数据为<sup>[6]</sup>:38.56、38.96、41.56、27.87、28.77、32.16、32.36、33.16、34.07、36.07、37.16、39.56、39.96、35.26、37.07、37.66、38.36、38.56、39.56、41.15、41.15、43.46、43.66、44.35、46.55、48.05、51.04、54.45、54.55、33.07、36.26、40.16、40.66、43.25、43.86、44.96、45.55、46.35、51.04、53.45、58.44  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 。

### 2.2 数据抽样

通常认为断裂韧性数据服从 Weibull 分布,ORNL 统计分析方法采用矩法估计分布参数。 $\Delta T = -145$  时,Weibull 分布的位置参数  $a=27.57$ ,尺度参数  $b=15.71$ ,形状参数  $c=2.1$ 。按 ASME 第 XI 卷中提供的断裂韧性下限曲线, $\Delta T = -145$  时的断裂韧性为  $36.62 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ,对应于 Weibull 分布的累积概率为 26.95%。

断裂韧性特征值计算公式为:

$$K_{Ic} = 36.5 + 22.783 \exp[0.036(T - RT_{NDT})] \quad (4)$$

从 Weibull 分布中进行 1000 次随机有放回抽样。每次抽样样本数分别为 3、5、10、15 个共 4 组,如果每组数据不满足分散度要求,则放回重

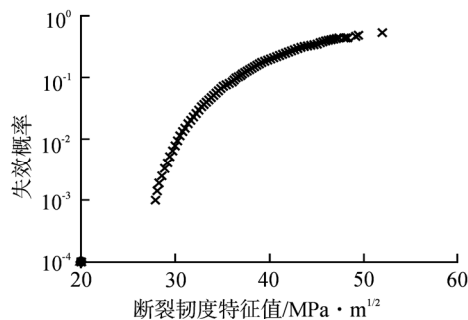


图 3 失效概率随断裂韧性特征值的变化(3 试样)

Fig. 3 Failure Probability with Characteristic Values of Fracture Toughness (for 3 Samples)

新抽样,直至满足分散度要求。依据 MOTE 方法,可以得到 4000 个断裂韧度的特征值。

### 2.3 结构失效概率

所考虑结构为一个含环向内表面半椭圆形裂纹的圆筒体,其内半径 2000 mm,厚度 200 mm。假定裂纹的测量深度和长度分别为 12.5 mm 和 37.5 mm。考虑无损检测的测量误差为  $\pm 1.8$  mm,且认为该误差代表实际裂纹深度的  $\pm 2$  倍标准差<sup>[7]</sup>。

设圆筒体所承受的一次应力与二次应力之比为 0.5。依据线弹性断裂力学,对于 4000 个断裂韧性特征值,可以获得该含缺陷结构所能承受的临界载荷。这里假定一次应力为随机变量,且表现为薄膜应力,其变异系数为 0.1;而二次应力则考虑为确定值,且表现为弯曲应力。假定除断裂韧性外,其余随机变量均服从正态分布。根据上述参数,可以对结构进行概率断裂力学分析,计算结构在临界载荷条件下的失效概率。

## 3 结果分析

采用 Monte Carlo 模拟方法,对上述问题进行概率分析,得到每个断裂韧性特征值对应的失效概率(图 3)。从图 3 中可以看出,按 ASME 方法进行缺陷评估时,失效概率随断裂韧性特征值的增加而增大。这是由于较低的断裂韧性特征值将得到较低的临界载荷,在相同断裂韧性分布条件下得到的失效概率便较低。因此,当断裂韧性特征值被高估时,结构的失效概率也随之提高。

对 1000 次抽样的失效概率进行统计分析,获得经验累积概率分布如图 4 所示。从图 4 中可以看出,累积概率为 95%的失效概率随着样本容量的增加而下降趋势。而失效概率越低,表明断裂

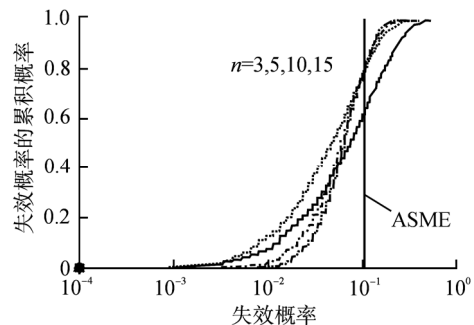


图 4 失效概率的统计分析

Fig. 4 Statistical Analysis of Failure Probability

韧度被高估的可能性下降。这也说明，多试验数据评定时，可以得到较为可靠的评定结果。

按 ASME 下限值进行分析，所得失效概率为  $1.05 \times 10^{-1}$ 。若视 MOTE 方法所得失效概率值为一个随机变量，则 ASME 失效概率值对应于该随机变量的累积概率（图 4）。从图中可以看出，3 试样下依据 MOTE 方法所得失效概率值（图中  $n=3$  曲线）低于 ASME 失效概率值的累积概率为 64.1%，即只有 64.1% 的置信度。除 3 试样外，有 81.5% 的置信度保证 MOTE 方法所得失效概率低于 ASME 失效概率。这也说明，MOTE 方法仍有 18.5% 可能比 ASME 高估了断裂韧度特征值，造成不保守的评定结果。同时，从图 4 中还可以看出，在给定 95% 置信度下随着样本数量的增加其失效概率呈下降趋势。而当样本超过 10 个时，标准建议采用统计方法进行处理。因此，建议对核容器材料进行充分的断裂韧度试验，收集整理断裂韧度数据，建立国产核承压容器材料的性能统计分布。

#### 4 结 论

通过对反应堆压力容器评定用断裂韧度试验数据的处理方法的统计概率分析，得到以下结论：

（1）3 试样最小值的当量值以不低于 87.5% 的置信度估计母体 50% 分位点值，但依此估计母体 20% 分位点值时置信度比较低。

（2）按 ASME 方法进行缺陷评估时，结构在

临界条件下的失效概率随断裂韧度特征值的增加而增大，当失效概率过大时应核查断裂韧度特征值被高估的可能。

（3）试验数据越多，评定结果越可靠。但试验数据大于 3 个且不超过 15 个时，MOTE 处理方法仍有 18.5% 可能比 ASME 高估了断裂韧度特征值，这将造成不保守的评定结果。但随着样本数量的增加这种被高估的可能性会降低。

因此，建议对核容器材料进行充分的断裂韧度试验，收集整理断裂韧度数据，建立国产核容器材料的性能统计分布。

#### 参考文献：

- [1] R6(Revision 4), Assessment of the integrity of structures containing defects [S]. 2010.
- [2] ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Section XI. Rules for inservice inspection of nuclear power plant components[S]. 2013.
- [3] NB/T 20013-2010. 含缺陷核承压设备完整性评定[S]. 2010.
- [4] GB/T 19624-2004. 在用含缺陷压力容器安全评定[S]. 2004.
- [5] Jutla T, Garwood S J. Interpretation of fracture toughness data [J]. Metal Construction, 1987, 19(5): 276-281.
- [6] Bowman K O, Williams P T. Technical basis for statistical models of extended  $K_{Ic}$  and  $K_{Ia}$  fracture toughness databases for RPV steels[R]. ORNL/NRC/LTR-99/27. 2000.
- [7] Muhammed A. Background to the derivation of partial safety factors for BS 7910 and API 579 [J]. Engineering Failure Analysis, 2007, 14: 481-488.

（责任编辑：张明军）