

文章编号 : 0258-0926(2015)05-0165-04 ; doi: 10.13832/j.jnpe.2015.05.0165

基于谐波展开法的压水堆堆芯功率 分布在线监测

李 茁, 吴宏春, 曹良志, 李云召

西安交通大学核科学与技术学院, 西安, 710049

摘要:采用谐波展开法进行堆芯三维功率分布的在线监测,将堆芯三维功率分布用中子扩散方程的谐波进行展开,并利用堆内探测器读数信息进行展开系数的求解;采用非线性半解析节块法结合 Krylov 子空间法进行全堆芯谐波的求解,其计算时间约为采用细网差分法结合 Krylov 子空间法求解的 1/100。基于谐波展开法理论开发堆芯三维堆芯功率分布在线监测系统 NECP-ONION,采用国内典型压水堆电厂实测数据对该系统进行验证。结果表明,组件平均功率的在线监测系统重构值与电厂测量值之间均方根误差小于 2%,基于谐波展开法开发的在线监测系统具有很高的计算精度。

关键词:谐波展开法;全堆芯谐波计算;非线性半解析节块法;在线监测

中图分类号:TL363 **文献标志码:**A

PWR Power Distribution On-Line Monitoring Based on Harmonics Expansion Method

Li Zhuo, Wu Hongchun, Cao Liangzhi, Li Yunzhao

School of Nuclear Science and Technology in Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049, China

Abstract: This paper studied the on-line monitoring of PWR 3D power distribution based on the harmonics expansion method. In this method, the power distribution is expanded by the neutron diffusion equation's harmonics. And the expansion coefficients are calculated based on the in-core detector measurements. Non-linear iteration semi-analytic nodal method combined with Krylov sub-space method is used to obtain the harmonics of neutron diffusion equation. This nodal method is 100 times faster than the fine-mesh finite differencing method combined with Krylov sub-space method for harmonics calculation. A 3D power distribution on-line monitoring system named NECP-ONION (On-line monitoring system) has been developed based on the harmonics expansion method. Measurements from a typical PWR core in China are used to validate this system. Numerical results show that the root-mean-square errors of assembly averaged powers are less than 2%. NECP-ONION has high calculation accuracy.

Key words: Harmonics expansion method, Full core harmonics calculation, Non-linear iteration semi-analytic nodal method, On-line monitoring

0 引言

在反应堆运行过程中,对堆芯三维功率分布的监测不仅可以使操作员了解和判断反应堆当前状态,保障堆芯运行安全,而且可以为离线计算提供相关数据。因此,堆芯三维功率分布的在线

监测具有十分重要的意义。堆芯功率分布的监测,通常借助于布置在堆芯内或堆外的中子探测器的测量信息,但中子探测器通常只布置在堆芯有限特定位置处,无法直接获得堆芯连续的中子通量密度或功率密度分布的信息,因此需要开发在线

收稿日期:2015-05-06;修回日期:2015-08-20

基金项目:国家科技计划“863”项目(2013AA051402);长江学者和创新团队发展计划(IRT1280)

作者简介:李 茁(1991—),女,博士研究生,现主要从事反应堆物理方面的研究工作

监测程序以获得实时的、空间连续的堆芯三维功率分布。为解决该问题,本文采用谐波展开法,结合探测器读数获取实时堆芯三维功率分布。传统的谐波计算^[1-2]基于细网差分方法对堆芯中子扩散方程进行离散,计算速度慢,本文采用 Krylov 子空间法结合节块方法进行全堆芯谐波的求解,解决计算速度问题。利用核电厂实测信息对整个在线监测系统验证,结果表明该系统具有很高的计算精度。

1 理论模型

1.1 谐波展开法

核反应堆堆芯内的稳态多群中子扩散方程为:

$$-D_g(r)\nabla^2\Phi_g(r) + \Sigma_{rg}(r)\Phi_g(r) - \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \Sigma_{g' \rightarrow g}(r)\Phi_{g'}(r) = \frac{\chi_g}{k_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu\Sigma_{fg'}(r)\Phi_{g'}(r) \quad (1)$$

式中, g 为能群标识, $g=1,2,\dots,G$; r 为坐标, cm ; D_g 为 g 群的扩散系数, cm ; Σ_{rg} 为 g 群的中子移出截面, cm^{-1} ; $\Sigma_{g' \rightarrow g}$ 为从能群 g' 散射到能群 g 的宏观散射截面, cm^{-1} ; χ_g 为中子裂变能谱; $\nu\Sigma_{fg}$ 为 g 群的宏观裂变截面, cm^{-1} ; Φ_g 为 g 群的中子通量密度, $(\text{cm}^2 \cdot \text{s})^{-1}$; k_{eff} 为有效增殖系数。

通常,为对式(1)进行数值求解,将式(1)在相空间内进行离散,离散后的方程写为算子形式:

$$M\Phi = \frac{1}{k} F\Phi \quad (2)$$

式中, M 为包括中子泄漏、吸收、散射等项的算子; F 为裂变算子。

由式(2)可看出,该方程是一个特征值方程,有一系列的特征值和特征向量,即:

$$M\Phi_n = \frac{1}{k_n} F\Phi_n \quad (3)$$

式中, Φ_n 为特征向量; k_n 为特征值; n 表示阶数。

特征向量 Φ_n ($n=1,2,\dots$) 称为中子扩散方程的谐波; $n=1$ 时对应的特征向量即堆芯中子通量密度,在一些文献中也称为基波; $n=1$ 时对应的特征值 k_1 即有效增殖系数 k_{eff} 。

经证明,中子扩散方程的谐波具有完备正交性^[1],可用于堆芯功率分布的展开。

谐波展开法的基本原理是利用中子扩散方程的谐波对堆芯功率分布进行展开,即:

$$P(r) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \Psi_n(r) \quad (4)$$

式中, P 为堆芯功率密度分布; Ψ_n 称为功率谐波,以双群模型为例, $\Psi_n = \nu\Sigma_{f1}\Phi_{1,n} + \nu\Sigma_{f2}\Phi_{2,n}$, $\Phi_{i,n}$ 表示第 i 群第 n 阶的通量谐波; a_n 为待定展开系数。

一般在计算当中选取有限阶数 N 用于堆芯功率的展开。

$$P(r) = \sum_{n=1}^N a_n \Psi_n(r) \quad (5)$$

展开系数 a_n 的计算利用探测器的测量信息。探测器读数 $R(r_d)$ 与功率 $P(r_d)$ 成正比,在探测器位置 r_d 处有:

$$R(r_d) \propto P(r_d) = \sum_{n=1}^N a_n \Psi_n(r_d) \quad (6)$$

若堆内探测器数目为 N_d , 则可得方程组:

$$\begin{cases} R(r_1) \propto \sum_{n=1}^N a_n \Psi_n(r_1) \\ R(r_2) \propto \sum_{n=1}^N a_n \Psi_n(r_2) \\ \dots \\ R(r_{N_d}) \propto \sum_{n=1}^N a_n \Psi_n(r_{N_d}) \end{cases} \quad (7)$$

由于一般展开阶数 N 的选取小于探测器的数目 N_d , 因此采用最小二乘法求解式(7)即可得到展开系数 a_n , 再根据式(5)即可得到当前堆芯三维功率分布。

1.2 谐波计算方法

中子扩散方程谐波的求解,采用 Krylov 子空间法^[3]。对于特征值问题:

$$Ax = \lambda x \quad (8)$$

式中, $A \in R^{n \times n}$; $x \in R^n$ 。

该方法的基本思想为:在构建的一个低维(k 维)空间 K_k 中,寻找矩阵 A 的近似特征值和特征向量,通过求解一个低维特征值问题,反推得到高维(n 维)矩阵的特征值和特征向量。其详细的数学推导见参考文献[4]。

对于不同的物理问题,在特征值方程中的表现为矩阵 A 的不同,若矩阵 A 确定,后续的数学

表1 三维 IAEA 基准题特征值计算结果

Table 1 k_{eff} Comparison of s3D IAEA Benchmark

项目	参考值	谐波计算程序	误差/ 10^{-5}
k_{eff}	1.02903	1.02911	8

表2 燃料 150 MW · d/t (U) 时前 20 阶特征值计算结果

Table 2 Comparison of Computational Results for the First 20 Order Eigenvalues at 150 MW · d/t (U)

阶数	节块法谐波计算程序	细网差分法谐波计算程序
1	0.99997	0.99986
2	0.99347	0.99314
3	0.98942	0.98910
4	0.98942	0.98899
5	0.98284	0.98230
6	0.98284	0.98217
7	0.97829	0.97728
8	0.97405	0.97337
9	0.96996	0.96920
10	0.96806	0.96677
11	0.96806	0.96668
12	0.96715	0.96617
13	0.96294	0.96195
14	0.95663	0.95489
15	0.95557	0.95363
16	0.95303	0.95134
17	0.94984	0.94838
18	0.94984	0.94836
19	0.94903	0.94791
20	0.94880	0.94718

分别采用非线性迭代半解析节块法程序和细网差分程序计算用于堆芯三维功率在线监测系统验证的压水堆堆芯 150 MW · d/t (U) 燃料下前 20 阶谐波, 其特征值计算结果见表 2, 两程序的计算时间见表 3。

由表 2 可见, 分别采用非线性半解析节块法与细网差分法 2 种方法结合 Krylov 子空间法求解中子扩散方程的谐波和特征值, 其计算精度不完全相同。由于计算堆芯为临界堆芯, 第一阶特征值理论值为 1.0, 因此节块法程序 k_{eff} 误差为 3×10^{-5} , 细网差分法程序误差为 14×10^{-5} 。由于在细网差分程序计算谐波时, 其计算网格数目以及收敛条件受限制于计算机的存储, 该程序未能收敛到更精确的结果, 因此造成了 2 程序在阶数提高时特征值计算结果的偏差。由此可见, 在当前计算条件下采用节块法计算谐波, 具有更高的计算精度。

由表 3 可见, 采用非线性半解析节块法为 ARPARK 数学工具包提供相关数据, 相比于采用

细网差分方法为 ARPARK 提供数据, 具有更快的计算速度, 谐波的计算时间约为差法的 1/100。

表 3 燃料 150 MW · d/t (U) 时前 20 阶谐波计算时间

Table 3 Comparison of Computational Time for First 20 Order Harmonics at 150 MW · d/t (U)

项目	非线性半解析节块法	细网差分法
几何网格数 ($X \times Y \times Z$)	17×17×18	136×136×90
计算时间 (20 阶谐波)	32.28 s	约 3600 s

2.3 堆芯三维功率分布在线监测

采用 2.1 节所述压水堆堆芯问题, 对在线监测系统验证。利用 2.2 节中非线性迭代半解析节块法求解得到的堆芯前 20 阶谐波对燃料为 150 MW · d/t (U) 的堆芯三维功率分布进行重构, 可以得到 NECP-ONION 系统重构值与电厂测量值径向平均功率分布的相对误差, 最大相对误差为 3.2%, 误差较大位置均在堆芯相对功率较低组件处。可见, 该系统具有很高的计算精度。

3 结束语

本文基于谐波展开法进行压水堆堆芯三维功率分布的在线监测计算, 开发了在线监测系统 NECP-ONION, 采用核电厂实测值对该系统的计算精度和计算能力进行了验证。数值结果表明该系统对于压水堆堆芯三维功率分布在线监测计算具有很高的计算精度。

参考文献:

- [1] 李富, 胡永明, 罗征培. 反应堆中子方程的高阶谐波[J]. 核科学与工程, 1996, 16: 127-132.
- [2] Wang C H, Wu H C, Cao L Z, et al. On-line reconstruction of in-core power distribution by harmonics expansion method[J]. Nuclear Engineering and Design, 2011, 241: 3042-3050.
- [3] Hernandez V, Roman J, Vidal A, et al. Calculation of lambda modes of a nuclear reactor: a parallel implementation using the implicitly restarted arnoldi method[C]. Vector and Parallel Processing, Porto, Portugal, 1999: 43-57.
- [4] 王常辉. 谐波展开法及其在反应堆堆芯功率在线监测中的应用研究[D]. 西安: 西安交通大学博士学位论文, 2011.
- [5] Wright T G, Trefethen L N. Large-Scale computation Of pseudo spectra ARPARK and eigs[J]. Journal on Scientific Computing, 2002, 23: 591-605.

(责任编辑: 杨洁蕾)