

文章编号: 0258-0926(2017)05-0067-05; doi:10.13832/j.jnpe.2017.05.0067

核级动态拉杆受压临界载荷计算方法研究

何孟夫, 刘卡壬, 韩 浪, 曹雷生

深圳中广核工程设计有限公司, 广东深圳, 518026

摘要: 针对变截面杆的受压临界载荷确定, 本文尝试使用一种快速有效的理论计算方法进行校核, 以满足工程应用。该方法使用矩阵传递法进行了理论计算, 并使用 ANSYS 软件和规范 KTA3205 分别进行了有限元计算和试验验证。结合制造工艺及计算简化处理方法对计算结果进行差异性分析, 验证了理论计算方法的合理性和可用性。

关键词: 动态拉杆; 变截面杆; 矩阵传递法; 受压临界载荷

中图分类号: TL353.11 **文献标志码:** A

Critical Buckling Load Calculation Method of Nuclear Grade Dynamic Tension Bars

He Mengfu, Liu Karen, Han Lang, Cao Leisheng

China Nuclear Power Design Co. Ltd., Shenzhen, Guangdong, 518026, China

Abstract: In this paper, the critical buckling loads of these non-uniform section bars are checked by using a quick and effective theoretical calculation method to meet the engineering application. Transfer matrix method used in this method is checked by using the finite element and KTA3205 test method. The differences of these results are analyzed to verify that the theoretical calculation is reasonable and usable by comparing with the manufacturing process and the simplified calculation method.

Key words: Dynamic tension bar, Non-uniform section bar, Transfer matrix method, Compressive critical load

0 前 言

在核电厂运行中, 由于流体状态突变而导致管线和支吊架上产生的巨大载荷, 容易导致管线大幅晃动和支吊架损坏^[1]。在核电厂管道支撑方案中, 铰接型刚性支承件对管道系统起着非常重要的作用。在三代核电厂设计中, 新型动态拉杆开始采用锻压一体化成型无焊缝的工艺, 锻压一体化成型工艺可有效地提高动态拉杆的力学性能^[2]。

根据规范 RCC-M 中 ZVI2214 对于动态拉杆支承件的力学性能设计校核要求, 应对简单拉力、轴向拉力、剪切力、弯曲应力及复合应力等分别进行校核。此外, 还应考虑压缩应力应用的极限^[3]。目前, 拉杆稳定性分析方法主要通过建立挠

曲线微分方程来求解拉杆临界力^[4]。对于非等径杆, 需通过逐段求解得到最终结果; 也可通过去除平凡解的方法得到拉杆临界力的计算公式^[5], 但段数越多, 求解越繁杂; 也可通过矩阵传递法对变截面杆件进行求解^[6], 该方法利于编制计算机程序以求解不同拉杆的临界力, 给计算求解带来方便。文中主要通过矩阵传递法、有限元法求解核级动态拉杆受压失稳时的临界载荷, 并通过试验进行核算。

1 拉杆失稳极限计算

1.1 规范极限校核

根据规范 RCC-M 中 ZVI2214 要求, 拉杆受

轴向压缩原件的总截面符合规范要求时，将拉杆的长细比值 (Kl/r) 与规范确定的临界长细比值 C_c $\left[C_c = \left(\frac{2\pi^2 E}{S_y} \right)^{1/2} \right]$ 进行对比，并给出不同的拉杆压缩应力所用的许用值。

当 $Kl/r < C_c$ 时，应力值 F_a 计算公式为：

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{(Kl/r)^2}{2C_c^2} \right] S_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(Kl/r)}{8C_c} - \frac{(Kl/r)^3}{8C_c^3}} \quad (1)$$

当 $Kl/r > C_c$ 时，应力值 F_a 计算公式为：

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(Kl/r)^2} \quad (2)$$

式中， K 为考虑拉杆稳定时的长度系数，取决于拉杆两端的边界条件； l 为动态拉杆自由长度； r 为拉杆截面惯性半径； S_y 为工作温度下材料屈服强度； E 为材料的杨氏模量。

当拉杆的 $Kl/r > 120$ 时，施加在拉杆总截面上应力还应不超过 F_{as} 值：

$$F_{as} = F_a / (1.6 - l / 200r) \quad (3)$$

式中， F_{as} 为不考虑弯曲应力和其他二次薄膜应力的许用压缩应力。

有关结构稳定性的要求，适用于整个结构件及其组成的各元件。在计算一个承受轴向压缩的元件的长细比时，应选取元件总长度来计算挠曲长度 Kl ，并且选取元件截面最小惯性矩的惯性半径为元件的惯性半径 r 。

1.2 矩阵传递法求解

1.2.1 力学模型及分段传递矩阵 通过矩阵传递法计算，需建立拉杆的挠度、转角、弯矩、剪力等状态向量的微分方程，通过各个单元传递矩阵的上、下状态向量的关系，代入相应的上下端约束条件，从而求解变截面动态拉杆的临界力。

设杆件每一段的左端为始端 a ，右端为末端 b 。对于非等径截面动态拉杆，两段铰接，其外形可近似简化为阶梯杆件（图 1）。将不同面分为 n 段，取第 i 段分析 ($i=1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$) 其杆件力学分析如图 2 所示。

从左侧始端到该 dx 微元段的杆件静力平衡方程为：

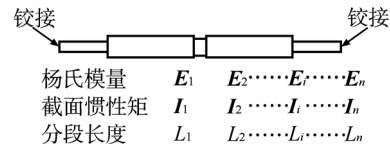


图 1 动态拉杆理论模型示意图

Fig. 1 Schematic Diagram for Dynamic Tension Bars Theoretical Model

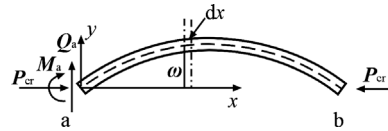


图 2 杆件力学分析图

Fig. 2 Diagram for Bar Mechanical Analysis
 M —截面弯矩； Q —截面剪力； ω —挠度； θ —转角； P_{cr} —临界载荷； dx —微元段

$$\begin{cases} Q = Q_a \\ M = M_a + Q_a x - P_{cr} \omega \end{cases} \quad (4)$$

对 x 取微分得到 P_{cr} ：

$$\begin{cases} \frac{dQ}{dx} = 0 \\ \frac{dM}{dx} = Q_a - P_{cr} \frac{d\omega}{dx} \end{cases} \quad (5)$$

根据挠度 ω 、转角 θ 的关系以及挠曲线微分方程有：

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dx} &= \theta \\ \frac{d\theta}{dx} &= \frac{M}{EI} \end{aligned} \quad (6)$$

式中， EI 为杆件抗弯刚度，求临界载荷时，惯性矩取较小值。

通过 dx 微元段的微分方程组，可改写成矩阵形式：

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \omega \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & -P_{cr} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix} \quad (7)$$

引入状态向量 S 及矩阵 A ：

$$S = (\omega \ \theta \ M \ Q)^T \quad (8)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & -P_{cr} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

矩阵方程可改写为：

$$\frac{dS}{dx} = AS \quad (10)$$

结合初始条件 S_a ，解此微分方程，得到：

$$S = e^{Ax} S_a \quad (11)$$

将 $x = L$ 代入上式可得到始端和末端的状态关系：

$$S_b = TS_a \quad (12)$$

式中， T 为传递矩阵， $T = e^{AL}$ 。

$$\text{即：} \begin{pmatrix} \omega_b \\ \theta_b \\ M_b \\ Q_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_a \\ \theta_a \\ M_a \\ Q_a \end{pmatrix} \quad (13)$$

1.2.2 总体传递方程

将 $T = e^{AL}$ 泰勒展开，得：

$$T = \gamma + AL + \frac{1}{2!} A^2 L^2 + \frac{1}{3!} A^3 L^3 + \dots + \frac{1}{n!} A^n L^n + \dots \quad (14)$$

此处， γ 为单位矩阵，对于任意矩阵 A ，该级数收敛。令 $k^2 = \frac{P_{cr}}{EI}$ ，代入求解可以得到 T_{ij} 。

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sin kL}{k} & \frac{1 - \cos kL}{P_{cr}} & \frac{kL - \sin kL}{kP_{cr}} \\ 0 & \cos kL & \frac{k}{P_{cr}} \sin kL & \frac{1 - \cos kL}{P_{cr}} \\ 0 & \frac{-P_{cr}}{k} \sin kL & \cos kL & \frac{\sin kL}{k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

由于 $T = e^{AL}$ 针对的是普遍的情况（非特殊边界情况，非特殊截面情况），因此适用于动态拉杆的每一段。取其中任意一段，有：

$$S_{ib} = T_i S_{ia} \quad (16)$$

根据连续性条件有：

$$S_{(i+1)a} = S_{ib} \quad (17)$$

$$S_{(i+1)b} = T_{i+1} S_{(i+1)a} = T_{i+1} T_i S_{ia} \quad (18)$$

以此类推，可以求得：

$$S_{5b} = T_5 T_4 T_3 T_2 T_1 S_a \quad (19)$$

即，对于整个动态拉杆的始端和末端：

$$S_b = T_5 T_4 T_3 T_2 T_1 S_a \quad (20)$$

式中， T_i 代表各个分段的传递矩阵。

总传递矩阵：

$$T_{\text{total}} = T_5 T_4 T_3 T_2 T_1 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix} \quad (21)$$

根据动态拉杆的实际应用情况，其边界条件为两端铰接，因此，挠度和弯矩为 0。

$$\omega_a = 0, M_a = 0, \omega_b = 0, M_b = 0.$$

状态向量：

$$S_a = (0 \quad \theta_a \quad 0 \quad Q_a)^T \quad (22)$$

$$S_b = (0 \quad \theta_b \quad 0 \quad Q_b)^T \quad (23)$$

将传递矩阵和状态向量代入总的传递方程中，得到：

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \theta_b \\ 0 \\ Q_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_a t_{14} + t_{12} \theta_a \\ Q_a t_{24} + t_{22} \theta_a \\ Q_a t_{34} + t_{32} \theta_a \\ Q_a t_{44} + t_{42} \theta_a \end{pmatrix} \quad (24)$$

要求有唯一解，则第一、三行系数组合的行列式为 0，即：

$$\Delta = \begin{vmatrix} t_{14} & t_{12} \\ t_{34} & t_{32} \end{vmatrix} = 0 \quad (25)$$

$$t_{14} t_{32} - t_{12} t_{34} = 0 \quad (26)$$

由分项传递矩阵连乘得到总传递矩阵各个元素，再将总传递矩阵 T_{total} 的元素 t_{14} 、 t_{32} 、 t_{12} 、 t_{34} 提取出来代入上式，并解方程，即可得到所需要的 P_{cr} 临界载荷值。

求解 P_{cr} 时，会出现多个解，分别为各阶模态下的解，取一阶模态的解，作为所需的临界载荷。

2 应用实例和验证

某型号动态拉杆，材料为 Q390D，其屈服强度为 390 MPa，总长为 2230 mm，包含 7 个变截面，各截面阶梯杆属性见表 1。

2.1 规范计算结果

该动态拉杆的工作连接形式为两端铰接，根据规范 RCCM ZVI2214 的要求， $K=1$ ， $l=2230$ 。该动态拉杆两端直径为 36 mm 的实心螺纹杆为最小惯性矩处，取其惯性半径 $r=18$ mm 作为整个构件稳定性计算的惯性半径，则： $Kl/r=123.9$ ；

$$C_c = \left(\frac{2\pi^2 E}{S_y} \right)^{1/2} = 102.1.$$

$Kl/r > C_c$ 且 $Kl/r > 120$ ，根据规范求得极限压缩应力： $F_a = 69.1 \text{ MPa}$ ， $F_{as} = 70.8 \text{ MPa}$ 。则其临界载荷为： $P_{cr} = F_{as} \pi r^2 = 71.73 \text{ kN}$ 。

表 1 动态拉杆截面参数

Table 1 Section Parameters of Dynamic Tension Bars

截面类型	阶梯长度 /mm	外径 /mm	内径 /mm	惯性矩 /mm ⁴
1	270	36	0	82247
2	245	60	36	553724
3 (方型)	70	50	36	438586
4	1130	60	36	553724
5 (方型)	70	50	36	438586
6	245	60	36	553724
7	270	36	0	82247

2.2 理论计算结果

将上述参数输入 MATLAB 已编译好的程序中运行，根据 MATLAB 求得临界载荷 $P_{cr} = 165 \text{ kN}$ 。

2.3 ANSYS 分析结果

ANSYS 特征值屈曲分析是线性化的计算结果，通常用于弹性结构。对于拉杆稳定分析，材料属性只需要设置弹性模量^[5]。使用 Workbench 对杆件进行失稳分析，边界只保留轴向位移，可维持转动，两段处理加载力 $F=45 \text{ kN}$ 。

支柱拉杆的两端为外径 36 mm 实心杆，中间连接部分为外径 60 mm、内径 36 mm 的空心杆；在建模过程中，考虑到划分节点单元的连续性，过渡段采用长 20 mm、外径 60 mm 的实心杆过渡。通过有限元分析得到应力比为 1(1.0006)的时候，临界载荷为初始设定载荷的 4.5753 倍，即 $P_{cr} = 205.8 \text{ kN}$ (图 3)。

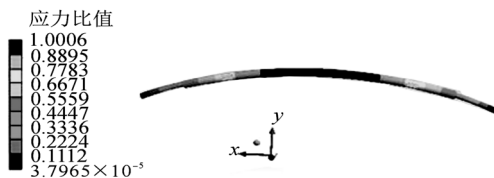


图 3 ANSYS Workbench 分析结果

Fig. 3 ANSYS Workbench Analysis Result

2.4 试验结果

根据德国规范 KTA3205.3 要求，对动态拉杆进行失稳试验，并使载荷位移关系图与失稳示意图匹配 (图 4) 以获取压缩极限载荷。

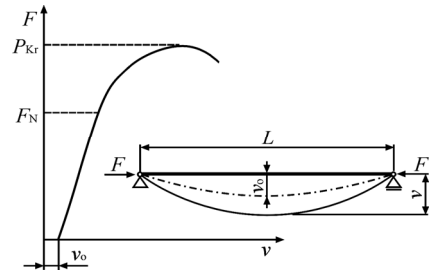


图 4 杆件失稳示意图

Fig. 4 Diagram for Load Deflection of Buckled Bars

F —载荷； F_N —比例极限载荷； L —杆件长度； P_{Kr} —临界屈曲载荷； v —杆件挠度； v_0 —初始偏心距

本文中动态拉杆失稳试验使用电液伺服结构试验系统 (MTS)，由液压伺服加载作动器、角度转换器、传动轴等组成。试验时动态拉杆两端与试验装置进行铰接，外径 36 mm 的螺杆与外径 60 mm 的空心杆件存在 10 mm 的螺纹连接。MTS 作动器通过对传动轴加载来模拟试件的真实受力状态，实验装置示意图见图 5。

压缩试验加载至 1 倍 (45 kN) 后，MTS 采用位移控制进行匀速加载。当 MTS 加载荷载出现下降 (拐点) 时，即认为试件失稳。在压缩失稳加载过程中，试件压缩位移与载荷关系见图 6。

从图 6 中可以看出，动态拉杆失稳值在 185 kN 左右。

2.5 结果分析对比

(1) 对于变截面动态拉杆而言，由于杆件的横截面为非等径截面，因此在进行极限校核时，

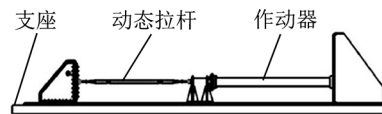


图 5 试验装置示意图

Fig. 5 Schematic Diagram of Test Device

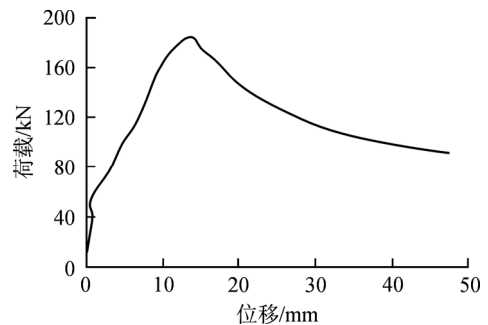


图 6 试件压缩载荷与位移关系图

Fig. 6 Relation between Displacement and Compression Load

采用保守算法，选用惯性矩最小作为整个拉杆的截面参数用以计算，得出保守极限压缩载荷。

(2) 对比理论计算与试验结果，表 1 中的 3 和 5 处为外方内圆结构。在制造过程中由外径 60 mm 的圆管挤压成型，在理论惯性矩比实际要小；表 1 中，1 与 2 连接处和 6 与 7 连接处实际存在 20 mm 螺纹连接，理论计算时未考虑在内，理论计算截面惯性矩偏小，从而导致理论计算值比试验值偏小。

(3) 对比有限元分析与试验结果，在 1 与 2 连接处和 6 与 7 连接处采用 10 mm 实体连接，并进行了一体化去除螺纹连接简化处理，导致此处刚度和截面参数偏大，计算结果相比试验结果偏大。

从上述结果可以看出，理论计算和有限元计算都与实验结果较为相似。在工程实际应用中，为保证结果的保守性和有效性，建议在截面处理中，使用保守性算法进行处理。

3 结束语

通过矩阵传递法对核级动态拉杆进行理论分

析计算，并通过有限元分析、试验对理论计算结果进行对比验证。通过结果数据对比验证了矩阵传递法的正确性，该方法可快速对核级变截面动态拉杆进行分析计算，可为核电站的动态拉杆选型设计可提供快速的设计计算校核方法。

参考文献

- [1] 阎明, 纪海峰, 李显春, 等. 火力发电厂管道支吊架系统存在的问题及解决措施[J]. 黑龙江电力, 2002, 24(2): 141-142.
- [2] 高杰, 刘树华, 张华. 锻压工艺模拟时不同参数对金属性能的影响[J]. 机械工程与自动化, 2012(172): 28-29.
- [3] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [4] 孙保苍, 陈威, 何仁, 等. 基于振动理论的压杆稳定性分析[J]. 噪声与振动控制, 2005(4): 8-10.
- [5] 李丽君, 沈玉峰. ANSYS 对于压杆稳定的辅助教学[J]. 试验科学与技术, 2009, 1(7): 121-125.
- [6] 张煜. 变截面压杆稳定性分析的矩阵传递法[J]. 贵州工业大学学报, 2000, 29(5): 7-12.

(责任编辑: 张明军)