

文章编号：

压水堆棒束多通道流场稀疏数据深度学习求解技术研究

钱浩¹, 陈广亮^{1*}, 刘东^{2*}, 于洋², 姜宏伟¹, 殷新立¹, 杨玉诚¹

1. 哈尔滨工程大学, 哈尔滨, 150001;
2. 中国核动力研究设计院核反应堆系统设计技术, 成都, 610213;

摘要：反应堆堆芯典型工况雷诺数高达 10^5 , 冷却剂流动具有显著的非线性, 实际流动边界及状态与理想流动方程存在一定的匹配性偏差, 会导致求解过程中数据与控制方程的约束相冲突, 彼此制约, 导致求解收敛困难。为解决该问题, 本文研发了一种基于深度学习的稀疏数据求解方法, 通过设计不匹配性自适应修正方案, 在控制方程中引入自适应调节因子, 动态修正理想模型, 克服因数据与方程不一致所引发的收敛障碍及精度不足等问题。在此技术基础上, 研究进一步探讨了在小样本数据条件下的流场求解策略, 设计了均匀配点、基于速度梯度配点、混合配点策略, 旨在通过优化样本点的空间分布, 提升流场求解的整体精度。研究表明, 在三种策略中, 均匀配点策略能够更全面地覆盖流场的整体特性, 表现出最佳的优化效果, 显著提升了求解精度。且在仅采用 60 个小样本数据配点下, 本文所提出的方法也能有效实现高精度流场求解, 为稀疏数据条件下求解压水堆堆芯棒束通道流场提供了一种高效且高适用的技术方案。

关键词：物理信息神经网络; 调节因子; 稀疏数据; 压水堆
中图分类号: TL334 文献标志码: A

Deep Learning Solution Technology for Sparse Data in the Multi-Channel Flow Field of a PWR Rod Bundle

Qian Hao¹, Chen Guangliang^{1*}, Liu Dong^{2*}, Yu Yang², Jiang Hongwei¹, Yin Xinli¹,
Yang yucheng¹

1. Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;
2. Science and Technology on Reactor System Design Technology Laboratory, Nuclear Power Institute of China, Chengdu, 610213, China;

Abstract: The Reynolds number can reach 10^5 in typical reactor core operating conditions, and the coolant flow exhibits significant nonlinearity. An inevitable mismatch between the actual flow boundaries and states and the ideal flow equations can lead to conflicts between the data and the constraints of the governing equations during the solving process. This mutual restriction can cause difficulties in achieving convergence. This paper developed a sparse data-solving method based on deep learning to address this issue. By designing an adaptive mismatch correction scheme, an adaptive adjustment factor is introduced into the governing equations to correct the ideal model dynamically. This approach overcomes the convergence difficulties and accuracy issues caused by the inconsistency between the data and the equations. Based on this technology, the study further explored flow field-solving strategies under small sample data conditions and designed uniform, velocity-gradient-based, and hybrid point distribution strategies. These strategies aim to optimize the spatial distribution of sample points to improve the overall accuracy of the flow field solutions. The results show that the uniform point distribution strategy provides the best optimization effect and significantly enhances the solution accuracy among the three strategies. Even with only 60 small sample points, the proposed method can effectively achieve high-accuracy flow field solutions, providing an efficient and highly applicable solution for solving the flow field of PWR reactor core rod bundles under sparse data conditions.

Key words: Physics-Informed Neural Network; Adjustment Factor; Sparse Data; PWR

收稿日期: 2024-08-15; 修回日期: 2024-10-11

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51909045)

作者简介: 钱浩 (1998—), 男, 博士研究生, 现主要从事人工智能与反应堆热工水力的研究, E-mail: haoqian@hrbeu.edu.cn

0 引言

压水堆（PWR）是当今核能发电厂中最常见的一种反应堆类型，其堆芯结构中的棒束通道流场对反应堆的安全性和效率起着至关重要的作用。堆芯棒束通道内的冷却剂流动直接影响到燃料棒的热传递效率及反应堆的整体热工水力特性，因此，对其流场进行精细建模和计算具有重要的理论和实际意义^[1]。

但是，获得高精细化的流场数据常常面临很大的困难。一方面，实验测量设备昂贵，操作复杂，且在高温高压环境下进行精细测量存在安全风险^[2]。另一方面，数值模拟虽然能够提供高精度的数据，但其计算成本同样高昂。精细化的数值模拟需要高性能计算资源和长时间的计算，尤其是在处理复杂几何结构和高雷诺数流动时，计算成本成倍增加，对典型压水堆全堆芯精细化计算，需要划分近 700 亿网格，计算时间约为 17 月^[3]。

这些限制使得在实际应用中，通常只能获得稀疏的实验数据^[4]或有限的模拟结果（子通道^[5]、多孔介质^[6]或有限域的精细化计算^[7]），这对高分辨率的流场求解带来了巨大挑战。

近年来，随着人工智能的发展，基于数据驱动的方法在流场预测中得到了广泛关注。一方面本征正交分解^[8]（Proper Orthogonal Decomposition，POD）或主成分分析^[9]（Principal Components Analysis，PCA）和动力学模态分解^[10]（Dynamical Mode Decomposition）为堆芯的快速计算与预测提供新的方法；另一方面，通过搭建深度神经网络^[11]可以较为精确的预测一定雷诺数范围内的流场数据。然而，纯数据驱动的黑盒模型，在外推能力方面存在不足，难以在稀疏样本数据条件下实现高精度的流场求解。物理信息神经网络（PINNs）作为一种结合物理定律和数据驱动的模式，在流体动力学问题中展现了巨大潜力^[12]。PINNs 通过在神经网络的损失函数中引入物理方程约束（如 Navier-Stokes 方程），在训练过程中同时考虑数据和物理规律，从而实现高精度的流场求解^[13]。该方法能够有效减少对大量高精度数据的依赖，具有广泛的应用前景。

近年来，针对 PINNs 求解微分方程问题的研究大量涌现，涵盖了 PINNs 在不同偏微分方程求解中的应用研究^[14]和算法优化^[15]等方面，旨在扩展 PINNs 的应用范围并提高其求解能力。然而，现有研究主要集中于简单结构和低雷诺数下的问题，对于高温高压湍流（雷诺数约 10^5 ）的反应堆热工水力问题的研究仍然较少。

基于此，本文提出了一种压水堆棒束多通道流场稀疏数据深度学习求解技术，旨在拓展 PINNs 在反应堆热工水力学领域的应用。为稀疏数据下的湍流流场预测提供了一种有效手段，同时也展示了 PINNs 在处理复杂物理问题中的强大

潜力和实用价值。

1 理论模型

1.1 控制方程

在本文的研究中，流场的求解基于 NS 方程。NS 方程描述了流体的运动行为，是流体动力学的基本方程。为了简化计算，本文引入了流函数并对 NS 方程进行了无量纲化处理，同时在方程中引入了一个可训练的方程自适应修正因子，以提高模型的灵活性和精度。

1.1.1 Navier-Stokes 方程

Navier-Stokes 方程的基本形式为：

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad 11^*$$

MERGEFORMAT ()

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad 22^* \text{ MERGEFORMAT ()}$$

其中， \mathbf{u} 表示速度矢量， p 表示压力， ν 表示运动粘性系数。

1.1.2 流函数

针对二维不可压缩流动问题，可以引入流函数 ψ' ，使得速度矢量 \mathbf{u} 可以表示为：

$$\mathbf{u} = \left(\frac{\partial \psi'}{\partial y}, -\frac{\partial \psi'}{\partial x} \right) \quad 33^*$$

MERGEFORMAT ()

通过引入流函数，自动满足了连续性方程 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ，因此只需要计算动量方程，简化了计算过程，降低问题的复杂性，便于求解。

1.1.3 无量纲化

由于反应堆堆芯的复杂运行条件，其流场压力、速度以及密度等变量数值差异较大，影响神经网络计算的收敛性，需对流场参数以及方程进行无量纲化处理。定义无量纲变量：

$$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U}, \quad p^* = \frac{p}{\rho U^2}, \quad \mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{L} \quad 44^*$$

MERGEFORMAT ()

其中， U 是特征速度， L 是特征长度。经过无量纲化处理后，NS 方程可以表示为：

$$(\mathbf{u}^* \cdot \nabla^*)\mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} \nabla^{*2} \mathbf{u}^* \quad 55^*$$

MERGEFORMAT ()

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad 66^* \text{ MERGEFORMAT ()}$$

其中， $Re = UL/\nu$ 是雷诺数，表示惯性和粘性力的比值。无量纲化处理有助于避免数值差异过大，导致神经网络难以收敛。

1.1.4 方程自适应调节因子

为获取逼近已有数据的数值解，并减少数据与方程失衡下的求解不稳定的问题，并提高求解精度，引入方程自适应调节因子 $S(\mathbf{x})$ ，方程可以表示为：

$$(\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* = -\nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* + \mathbf{S}(\mathbf{x}^*) \quad 77^*$$

MERGEFORMAT ()

该调节因子通过神经网络训练获得，能够自适应地调整以满足不同流场的特性和求解要求。

1.2 PINNs 模型架构

PINNs 是一种将物理方程作为损失函数约束的神经网络模型。如图 1 所示，在本文中，

PINNs 的输入为空间坐标 (x, y) ，输出为流函数 ψ 和压力 P 。

1.2.1 模型输入与输出

PINNs 模型的输入是无量纲化的空间坐标：

$$\mathbf{x}^* = (x^*, y^*) \quad 88^*$$

MERGEFORMAT ()

输出为无量纲化的流函数 ψ^* 和压力 P^* ：

$$\mathbf{u}^* = \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial y^*}, -\frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \right) \quad 99^*$$

MERGEFORMAT ()

1.2.2 损失函数

PINNs 的损失函数包含物理约束损失和数据损失两部分。物理约束损失通过 NS 方程计算，数据损失则是模型预测值与稀疏数据点的误差。综合损失函数可以表示为：

$$L = L_{\text{physics}} + L_{\text{data}} \quad 1010^*$$

MERGEFORMAT ()

其中，

$$L_{\text{physics}} = \left\| (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* + \nabla p^* - \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* - \mathbf{S}(\mathbf{x}^*) \right\|^2 \quad 1111^*$$

MERGEFORMAT ()

$$L_{\text{data}} = \sum_{i=1}^N \left\| \mathbf{u}^*(\mathbf{x}_i^*) - \mathbf{u}_i^* \right\|^2 + \left\| p^*(\mathbf{x}_i^*) - p_i^* \right\|^2 \quad 1212^*$$

MERGEFORMAT ()

其中， \mathbf{x}_i^* 为数据点的位置， \mathbf{u}_i^*, p_i^* 为对应的无量纲化后的真实值。

通过训练 PINNs 模型，调整网络参数，使得损失函数达到最小，从而实现对流场的求解。

1.2.3 神经网络模型参数设置

与传统神经网络不同，PINNs 将物理方程损

失与数据损失融合在一个统一的损失函数中，利用物理约束来降低数据点之外的泛化误差。由于 PINNs 的核心目标是求解特定的物理问题，因此其关注点在于对特定几何域内物理问题的高精度求解。在本文的研究中发现，较深的网络结构有助于提升复杂物理问题的求解精度，且即使在稀疏数据条件下，网络仍能依靠物理方程的约束在数据点之外保持较高精度，展现出良好的泛化能力。

因此，本文采用了一个由 40 层全连接神经网络组成的 PINNs 模型，每层包含 100 个神经元，并选择 Tanh 作为主要激活函数。为了确保网络的有效训练，初始学习率设置为 0.0001。训练过程中使用 Adam 优化器，并结合了两种动态学习率调整算法，以提高模型的收敛性和精度。

在训练的前 5000 步中，使用了余弦退火重启学习率算法。该算法通过周期性降低学习率并重启，帮助网络跳出局部最优，从而增强模型的收敛能力。具体参数设置为初始周期长度为 50 步，且每次重启后周期长度乘以 2。

在 5000 步训练之后，模型转为使用 ReduceLRonPlateau 算法，根据损失变化动态调整学习率。当损失在一定步数内未出现显著下降时，该算法通过一个衰减因子减小学习率，以实现参数的精细调整。具体设置为在验证损失最小模式下，学习率衰减因子为 0.6，耐心值为 20 步。

这一优化策略结合了余弦退火重启和 ReduceLRonPlateau 算法的优点，既能在训练初期加快收敛速度，又能在后期进行精细调优，从而显著提升 PINNs 模型的训练效果和最终的求解精度。

1.2.4 研究对象

在本研究中，选用计算流体力学软件 ANSYS FLUENT 进行堆芯精细化热工水力的计算，在 FLUENT 中应用了 RSM 模型。该研究结构是卡鲁塔斯^[16]的实验对象。实验数据和结构参数都可以在文献^[17]中找到。数值设置、网格类型和网格无关性验证以及湍流模型的验证都可以在文献^[18]中找到。

在冷却剂流经定位格架时，由于交混翼的作用产生了较强的横流，随着流动的持续发展，横流逐渐减弱。因此本研究选取第五层格架（共七层格架）下游 2mm（强横流区）和 200mm（弱横流区）处的截面数据作为流场求解的研究对象。

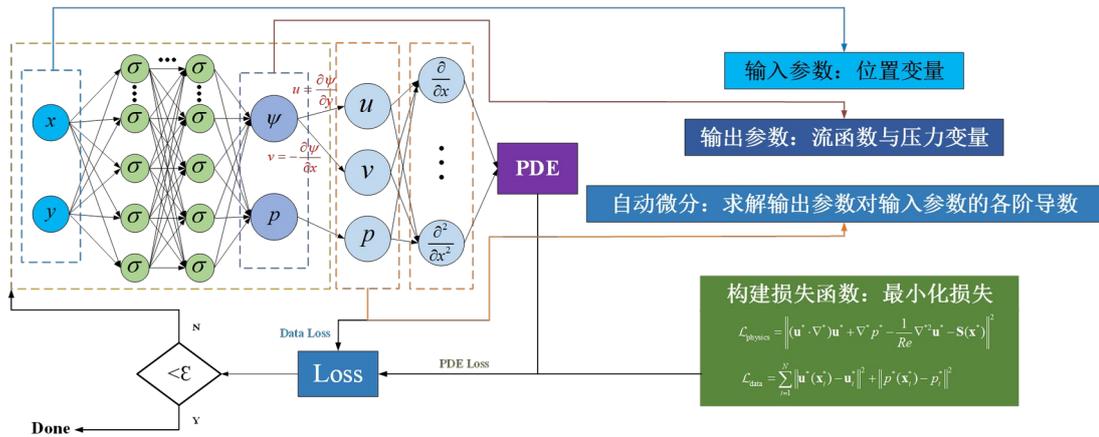


图1 物理信息神经网络模型

Fig1 The Model of Physical Information Neural Networks

2 方程自适应修正策略

使用 PINNs 直接求解高雷诺数条件下的 Navier-Stokes (NS) 方程仍然是一项极具挑战性的任务。鉴于此，本文的研究重点在于探讨如何在数据与方程不完全适配的情况下，获取更贴近实际数据的解。该研究对需在特定数据下求解物理场的问题中尤为重要，并通过在方程中引入修正因子，改进模型的预测能力和精度，同时实现数据与物理方程之间偏差的量化，并可根据修正因子，推导出更符合实际数据的物理过程。

如图3所示，本研究中用于流场求解的方程配点分为三部分：拉丁超立方抽样的配点、原始网格点以及边界处局部加密的点。在初始研究阶段，所有这些数据配点均用于 PINNs 的训练。

由于雷诺平均纳维-斯托克斯 (RANS) 方程对 Navier-Stokes (NS) 方程进行了修正，引入额外的湍流项，从而增加了求解方程和未知变量的复杂性，进而提高了 PINNs 求解的挑战。因此，在求解过程中，NS 方程的原始形式被作为约束条件使用。

棒束流域的 CFD 数据是基于 RANS 方程的求解结果，而 RANS 方程相较于 NS 方程引入了物理上的偏差，且在数值求解过程中还存在离散误差。由此可以将该场景视为数据与物理方程不适配的典型情况。如图3所示，在实际求解中，采用原始 NS 方程时，PINNs 的损失函数在较大

范围内波动，稳定性较差，且出现了梯度消失现象。尽管通过调节学习率，神经网络可以收敛，但仅能收敛至 10^{-2} 量级的精度。

为解决这一问题，本文引入了一个方程自适应修正因子，以量化数据与方程之间的偏差并增强求解过程。通过引入该修正因子，神经网络的收敛性显著提升，损失减少了一个数量级，达到 10^{-3} 量级。从计算结果的云图对比（图3）可以看出，加入修正因子后，计算的局部误差显著减少，更接近原始的 CFD 解。修正因子的分布如图2所示，修正因子数值较大的区域通常对应流场与 CFD 解误差较大的区域，特别是在压力场中表现得尤为明显。这可能是因为 RANS 方程在湍流处理中通过时间平均或统计平均进行了简化，这种简化在大尺度流动特征的捕捉上表现较好，但在局部细节上可能不够准确，从而导致压力场的局部差异。

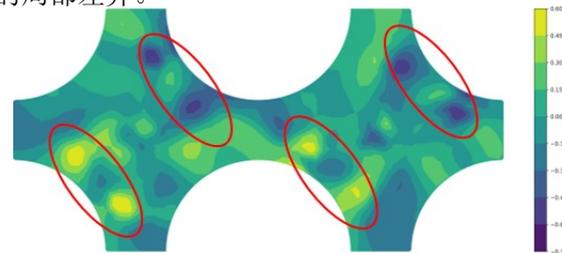


图2 修正因子分布

Fig2 Distribution of Correction Factors

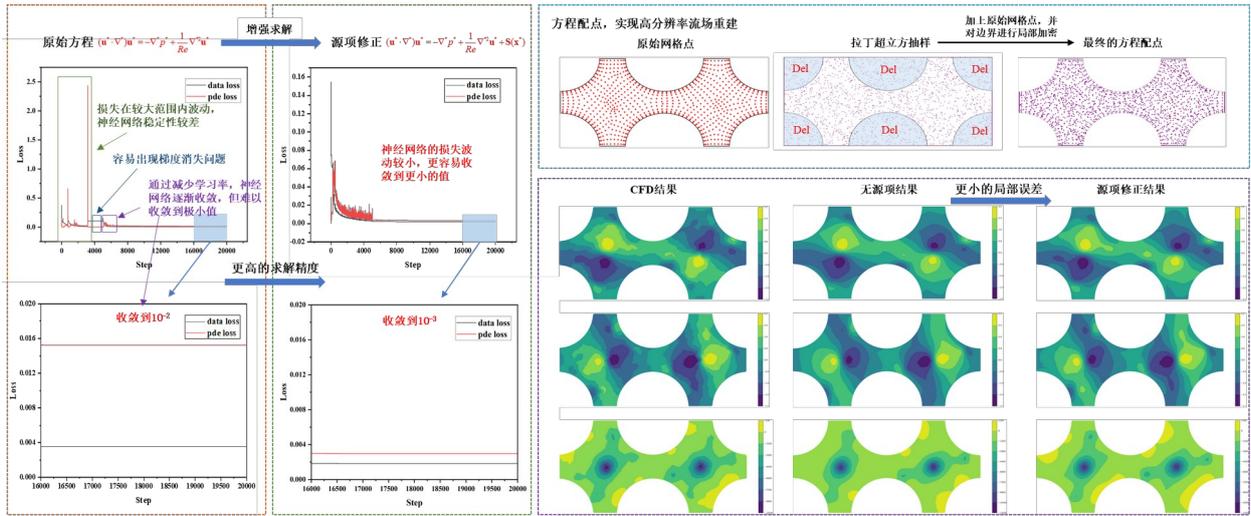


图3 修正结果与无修正计算结果对比

Fig3 Comparison between Corrected Results and Uncorrected Calculation Results

3 稀疏数据下的流场求解策略

3.1 小样本稀疏数据配点策略

本章旨在探讨稀疏小样本数据条件下，实现高精度流场求解的策略。方程配点方式及求解策略与第二章相同。本文采取了三种小样本配点策略：均匀配点策略、基于速度梯度的配点策略和混合配点策略。交混翼下游 2mm 截面和 200mm 截面的三种配点方法的数据配点如图 4 所示，具体配点的配点抽样方法介绍如下：

1. 均匀配点策略：确保数据点在空间上的均匀分布，以减少因数据稀疏导致的局部信息缺失，提高流场求解精度。其具体步骤如下：

① 确定所需的样本点数 n ：根据几何模型以及流场复杂度和精度要求确定抽样点的数量。

② K-means 聚类：

- 输入数据准备：准备待抽样的流场数据点集。
- 选择初始质心：随机选择 n 个数据点作为初始的质心。
- 数据点分配：将每个数据点分配到离其最近的质心所在的簇。
- 质心更新：重新计算每个簇的质心位置，直至质心不再变化或达到指定迭代次数。
- 收敛判断：通过检查质心位置的变化情况来判断算法是否收敛。

③ 选择抽样点：

- 对于每个形成的簇，选择距离该簇质心最近的数据点作为抽样点。
- 确保每个簇都有代表性的抽样点，以保证选取的样本点能够充分覆盖整个空间。

2. 基于速度梯度的配点策略：针对速度梯度变化显著的区域进行密集采样，以捕捉关键流动特征，提升求解精度。其步骤如下：

① 确定所需的样本点数 n ：根据流场中速度梯度变化的显著性，确定需要的样本点数量。

② 计算速度梯度：在流场的离散数据点上

计算每个点处的速度梯度。

③ 实施抽样：

- 将所有数据点按照其处的速度梯度大小进行降序排序。
- 选取梯度变化最大的前 n 个点作为抽样点。

这些抽样点通常位于流场中速度变化剧烈或流动特征显著的区域，能有效捕捉到关键的流场信息。

3. 混合配点策略：结合均匀抽样和基于速度梯度抽样的优势，保持全局均匀性和局部加密，实现全面的数据点覆盖和细节捕捉。步骤如下：

① 确定所需的样本点数 n ：根据流场的复杂性和求解精度要求，确定总共需要的样本点数量。

② 分配样本点：

- 均匀抽样样本点 n_1 ：通过均匀抽样的方法在整个流场区域内选择 n_1 个点。
- 梯度抽样样本点 n_2 ：利用基于速度梯度抽样的方法，在速度梯度显著变化的区域选择 n_2 个点。
- 控制总数 $n_1+n_2=n$ ：确保总体抽样点数量的平衡和控制，以兼顾全局数据覆盖和局部流场特征的捕捉。

③ 实施抽样：将均匀抽样和梯度抽样得到的点集合并，形成最终的抽样点集合。

这种方法能够在保证全局数据分布均匀性的同时，有效地捕捉流场中关键的细节和特征信息。

3.2 小样本数据下的流场求解策略

图 5 展示了 60 个小样本点下交混翼下游 2mm 处的速度场和压力场的预测结果。从云图中可以看出，冷却剂在刚出交混翼时，由于交混翼的交混作用，轴向动能逐渐转变为横向动能，横向流速较大，流动中心区域出现了漩涡，流动特征明显。在该区域，三种数据配点方法均准确预测了流动状态。然而，由于数据配点较少，云图中的局部误差有所增加。局部误差主要出现在

中心漩涡的外围，表明在此区域，流动特征不显著，需增加更多配点以增加预测精度。从图中还可以看出，纯数据驱动的神经网络外推能力较弱，难以通过小样本稀疏数据求解出高精度流场。

为量化评估流场求解质量，本研究采用均方误差（MSE）和决定系数（R²）作为评价指标，在已有数据样本下进行了误差评估。图 6 展示了在 60 个小样本点下，交混翼下游 2mm 处的速度

场和压力场的误差评估结果。从图中可以看出，尽管样本数量较少，三种方法的 MSE 均在 10⁻³ 量级，预测精度较高。其中，均匀配点方法的精度最高（MSE 均值约为 2.13×10⁻³，R² 均值约为 0.945）。因此，在强湍流特性区域进行取样时，优先考虑样本的空间分布均匀性可以达到最大的求解精度。

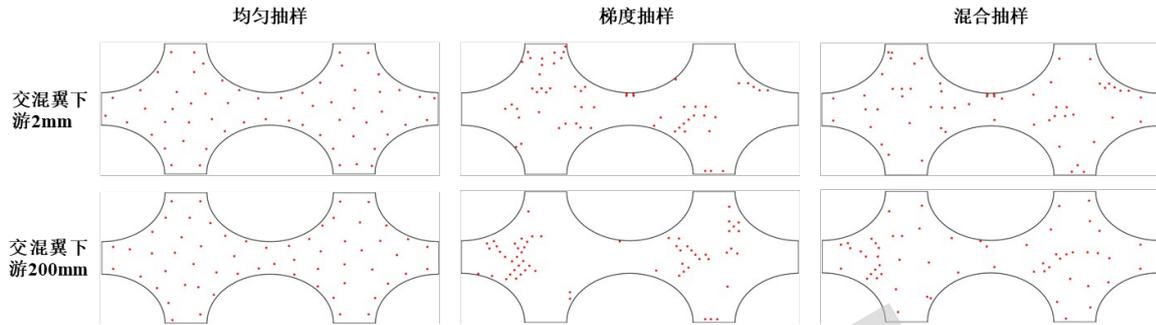


图 4 数据配点选取
Fig4 Selection of Data Points

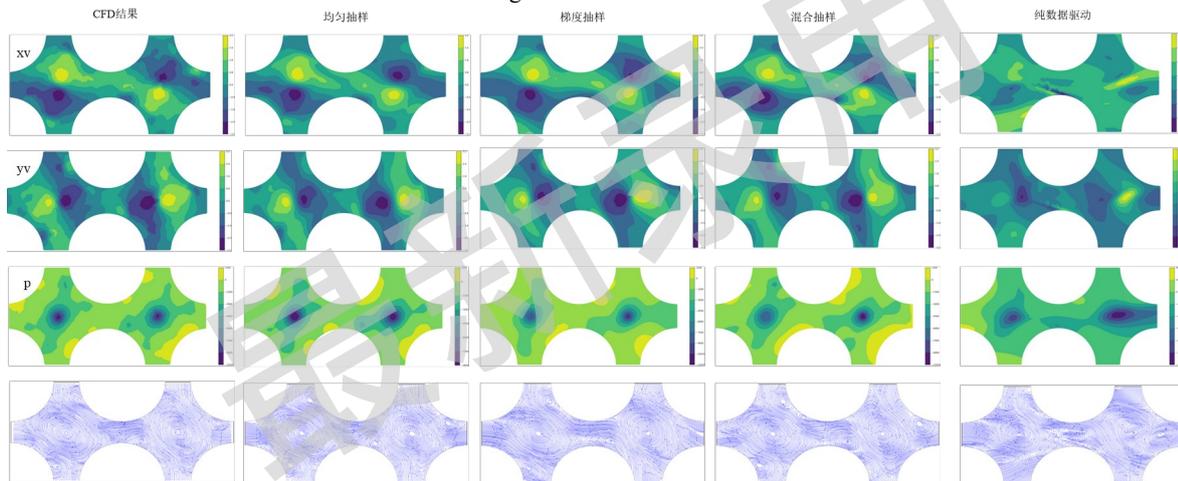


图 5 交混翼下游 2mm 处流场预测结果对比

Fig5 Comparison of Flow Field Prediction Results 2mm Downstream of the Mixing Vane

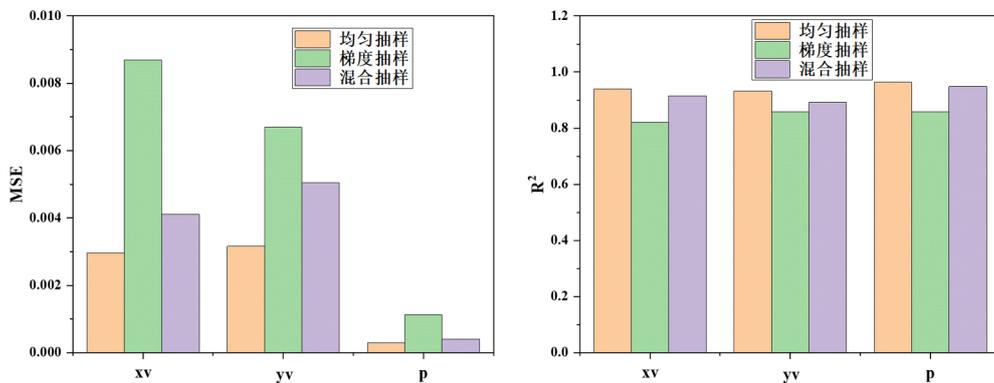


图 6 交混翼下游 2mm 处预测效果评估

Fig6 Evaluation of Prediction Effect 2mm Downstream of the Mixing Vane

MSE 和 R² 公式如下：

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

MERGEFORMAT ()

1313*

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

1414*
MERGEFORMAT ()

其中： y 代表真实值， \hat{y} 代表预测值， \bar{y} 代表真实值的均值。

随着流动的发展，横流逐渐减弱。图 7 展示了在 60 个小样本点下交混翼下游 200mm 处的速

度场和压力场的预测结果。结果表明，均匀配点和混合配点方法的流场预测较为准确，而基于速度梯度的配点方法产生了较大的局部误差，这些局误差出现在配点较少的区域，因此可通过增加配点以提高预测的精度。图 8 对比了三种方法的 MSE 和 R^2 ，可以发现，在弱横流区的预测中，均匀配点方法的 MSE 最小， R^2 最大，混合配点方法和均匀配点方法的结果相近。因此，无论是在强湍流特性区域还是在弱湍流特性区域进行取样，都需要优先考虑样本分布的均匀性，以达到最大的预测精度。

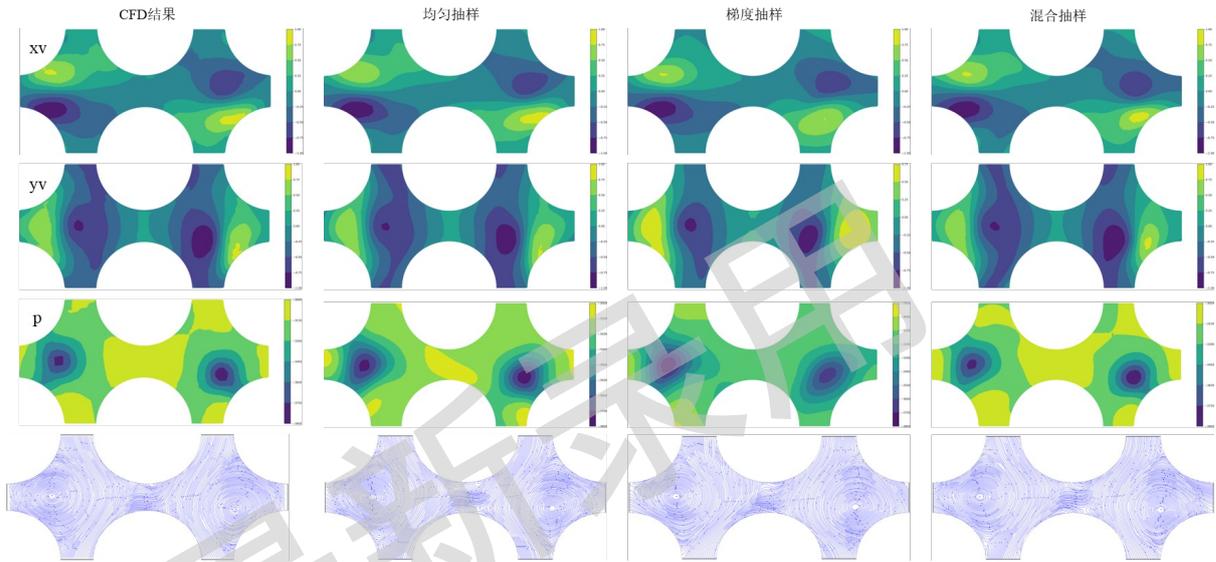


图 7 交混翼下游 200mm 处流场预测结果对比

Fig7 Comparison of Flow Field Prediction Results 200mm Downstream of the Mixing Vane

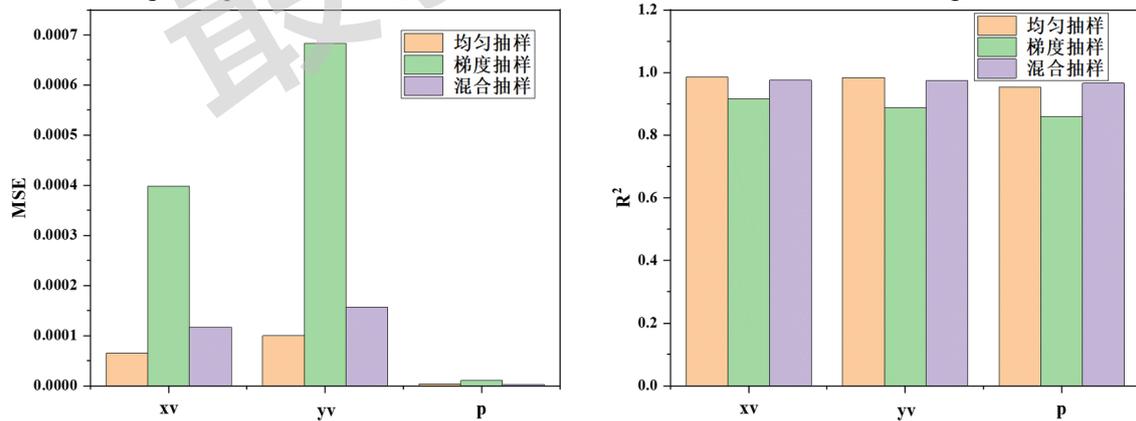


图 8 交混翼下游 200mm 处预测效果评估

Fig8 Evaluation of Prediction Effect 200mm Downstream of the Mixing Vane

4 结论

本文提出了一种基于深度学习的稀疏数据求解方法，并成功应用于压水堆棒束通道流场的高精度求解。针对高雷诺数条件下冷却剂流动的显著非线性特征及其导致的数据与控制方程不匹配问题，本文创新性地引入了方程自适应修正技术。该技术通过动态调整控制方程中的自适应调节因子，解决了传统方法中因数据与物理方程不一致

引发的收敛困难和精度不足问题。实验结果表明，本文方法在高雷诺数（ 10^5 量级）流场求解中的收敛精度相比传统方法提升了一个数量级。

基于该方法，本文在小样本稀疏数据条件下成功实现了流场的求解。通过设计和比较不同的配点策略（均匀配点、基于速度梯度的配点、混合配点），结果表明，在仅有 60 个样本点（占原始数据点的 7.8%）的情况下，均匀配点策略

能够最大化求解精度，达到 R^2 大于 0.95，MSE 在 10^{-4} 至 10^{-3} 量级的精度。该研究为压水堆堆芯的热工水力分析提供了创新的理论支持与技术手段，并显著减少了对大规模数据样本的依赖。

参考文献：

- [1] Guangliang C, Jijun W, Zhijian Z, et al. Distributed-parallel CFD computation for all fuel assemblies in PWR core[J]. *Annals of Nuclear Energy*, 2020, 141: 107340.
- [2] Qu W, Xiong J. High-fidelity PIV measurements of turbulent flow in reactor pressure vessel assisted by high-precision matched index of refraction technique[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2024, 420: 112997.
- [3] Qian H, Chen G, Li L, et al. Development of supporting platform for the fine flow characteristics of reactor core[J]. *Nuclear Engineering and Technology*, 2024, 56(5): 1687-1697.
- [4] Zhang C, Ju H, Zhang D, et al. PIV measurement and numerical investigation on flow characteristics of simulated fast reactor fuel subassembly[J]. *Nuclear Engineering and Technology*, 2020, 52(5): 897-907.
- [5] Han B, Zhu X, Yang W B, et al. Review of the representative development history on rod bundle mixing coefficient used in subchannel analysis code of PWR[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2024, 170: 105113.
- [6] Zhang L, Chen G, Tian Z, et al. Advanced CFD modeling of rod bundle channels with integrated porous media and momentum source schemes[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2024, 155: 107547.
- [7] Guangliang C, Hao Q, Lei L, et al. Design and analysis of RIF scheme to improve the CFD efficiency of rod-type PWR core[J]. *Nuclear Engineering and Technology*, 2021, 53(10): 3171-3181.
- [8] 张青山.有限长平板分离再附流动非定常特性的 PIV 实验研究[D].上海:上海交通大学,2015.
- [9] Huasong C, Peiwei S, Liang Z. PCA-SVM method with sliding window for online fault diagnosis of a small pressurized water reactor[J]. *Annals of Nuclear Energy*, 2022, 171.
- [10] Li W, Li J, Yao J, et al. Mode decomposition of core dynamics transients using higher-order DMD method[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2024, 427: 113417.
- [11] Karthik Duraisamy, Gianluca Iaccarino, Heng Xiao. Turbulence Modeling in the Age of Data[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2019, 51(1): 357-377.
- [12] Karniadakis, G.E., Kevrekidis, I.G., Lu, L. et al. Physics-informed machine learning[J]. *Nat Rev Phys*, 2021,3: 422-440.
- [13] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis E G. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *J. Comput. Physics*, 2019, 378: 686-707.
- [14] 刘东,罗琦,唐雷,等.基于 PINN 深度机器学习技术求解多维中子学扩散方程[J].核动力工程,2022,43(02):1-8.
- [15] Wang S, Karniadakis E G. GMC-PINNs: A new general Monte Carlo PINNs method for solving fractional partial differential equations on irregular domains[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2024, 429: 117189.
- [16] Karoutas, Z., Gu, C., Sholin, B. 3-D flow analyses for design of nuclear fuel spacer. [C]. New York: Proceedings of the 7th International Meeting on Nuclear Reactor Thermal-hydraulics (NURETH-7), 1995.
- [17] Navarro A M , Santos A A . Evaluation of a numeric procedure for flow simulation of a 5×5 PWR rod bundle with a mixing vane spacer[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2011, 53(8): 1190-1196.
- [18] Guangliang C , Zhijian Z , Zhaofei T , et al. Challenge Analysis and Schemes Design for the CFD Simulation of PWR[J]. *Science and Technology of Nuclear Installations*, 2017: 1-15.